統計學題庫

一、緒論

1.1　下列調查結果何者屬於敘述統計？

(a) 由於香蕉生產過剩，預計今年香蕉的平均價格將跌到每台斤不到 5 元台幣。

(b) 由於政府施行禁煙規定，今年二月份的香煙銷售量較去年同期減少了 5

(c)　由於全球金融風暴，紐約地區今年失業率將上升 6%。

(d)　由於近年少子化的影響，預計自2010年開始，台灣的人口將呈現負成長。

1.2　下列調查結果何者屬於推論統計？

(a) 因應政府拯救房市方案，今年初各大銀行紛紛調降房屋貸款利率，平均利率下降了 2 個百分點。

(b) 由於政府去年鐵腕施行掃毒行動，今年上半年的犯罪率較去年同期減少了 5 個百分點。

(c) 由於台灣地區鰻魚生產過剩，我們預計今年外銷鰻魚的平均價格將跌到每台斤不到 100 元台幣。

(d)　於全球金融風暴，台灣地區今年一月份的失業率較去年同期上升了 0.6 個百分點。

1.3 母體之標準差即爲母體的？

(a)參數　(b)標準誤　(c)統計量　(d)變異數

1.4 抽查明新奶粉在全省四家商店的售價爲200，195，195，210（元）。下列敘述何者屬於敘述統計學？

(a)這四家商店所售明新奶粉的平均售價爲200 元

(b)全省所有商店所售明新牌奶粉的平均售價爲200 元

(c)全省有一半商店所售明新甲牌奶粉的售價低於200 元

(d)全省有一半商店所售明新甲牌奶粉的售價是195 元

1.5 下列何者爲母體參數

(a)有五萬名網友參加的網路民調結果。

(b)內政部每年公佈的台灣地區新生兒出生數。

(c)行政院主計處調查顯示，上個月台灣地區失業率爲 4.91%。

(d)衛生局抽查冰店紅豆冰的不合格率。

解答

1	**B**	2	**C**	3	**A**	4	**A**	5	**B**

二、資料蒐集與整理

2.1　下列何種抽樣方法能得到不偏的民意調查？
(a) 叩應(call-in，觀眾、聽眾自主電話回應調查問題)
(b)寫應(write-in，讀者自主寫信回應調查問題)
(c)白天在車站每10人取1人的調查訪談
(d)簡單隨機抽樣

2.2 上學時使用的交通工具的可選擇搭公車=1，騎機車=2，其他=3，這是何種量度尺度？。
(a)順序尺度　(b)區間尺度 (c)名目尺度 (d)以上皆非

2.3　下列何者為抽樣調查優於普查的不正確敘述？
(a)抽樣蒐集資料的速度較快
(b)抽樣蒐集資料的成本較低
(c)在某些狀況下，抽樣的價值僅止於蒐集樣本
(d)只要抽到足夠的樣本數，抽樣調查所取得的資料都呈常態分配

2.4 下列何者不是電話調查的優點？
(a)省時
(b)省錢
(c)所得樣本一定是簡單隨機抽樣
(d)電話調查可利用電腦輔助，通話中可直接輸入資料，可即刻檢查輸入資料的明顯錯誤。

2.5 統計學上有四種測量尺度：名目尺度、等級尺度、等比尺度，以及何種尺度？
(a)標準尺度　(b)有效尺度　(c)區間尺度　(d)類別尺度

2.6 就統計推論的合理性而言，下列何種抽樣方法較佳？
(a)非機率抽樣　(b)簡單隨機抽樣　(c)立意抽樣　(d)配額抽樣

2.7 “大隊接力賽跑中甲班得到冠軍，丁班得到亞軍”句中的“冠軍”“亞軍”，是何種量度尺度？
(a)順序尺度　(b)區間尺度　(c)名目尺度　(d)以上皆非

2.8 “阿丁體重75公斤”句中的“75公斤”，是何種量度尺度？
(a)順序尺度　(b)區間尺度　(c)名目尺度　(d)以上皆非

2.9 下列那種圖形是屬性資料可畫的圖形？
(a)直方圖　(b)肩形圖　(c)長條圖　(d)莖葉圖
2.10 因郵寄問卷回收率過低所成的偏估，可藉由下列何者方式避免？

(a) 郵寄更多問卷
(b)對於樣本中未回答者，進行進一步調查
(c)對於樣本中回答者，進行進一步調查
(d)放棄未回答者的意見，把它當成無效樣本

2.11 對同一資料集編製幾種不同組距的次數分配表，則組距爲最寬的次數分配表：
(a)組數最多 (b)組數最少 (c)各組發生的次數都變小
(d)與其他表的分組結果一樣各組發生次數一樣多

2. 12 比較屬量成對樣本（X，Y）資料中，兩變數資料的分配是否一致，下列何種圖形最爲恰當？
(a)兩直方圖 (b)X 與Y 的散佈圖 (c)**莖葉**圖 (d)圓餅圖

2.13 「溫度」在量度尺度分類中屬於下列那一種？
(a)名目尺度（*nominal scale*） (b)順序尺度（*ordinal scale*）
(c)區間尺度（*interval scale*） (d)比率尺度（*ratio scale*）

2.14 「王建民的球衣號碼」在量度尺度分類中屬於下列那一種？
(a)名目尺度（*nominal scale*） (b)順序尺度（*ordinal scale*）
(c)區間尺度（*interval scale*） (d)比率尺度（*ratio scale*）

2.15 某汽車公司想比較在去年與今年，公司銷售的輕型卡車及轎車的數目。下列何種圖形最爲恰當？，
(a)兩直方圖 (b)兩長條圖 (c)**莖葉**圖 (d)圓餅圖

2.16 下列何者不是**莖葉**圖的優點：
(a) 提供原始數値及其取得條件。
(b) 較容易製作，就算有數値遺漏或重複，可立即補足或刪除，不必重新繪製。
(c) 便利閱讀。
(d). 容易讀出各分組的百分比。

2.17 下列何者不是長條圖的特性：
(a) 各長條依其長度而區別，與其寬度無關。
(b) 各長條間應留空隙，勿連接在一起，以利區分。
(c) 各長條依某一變數特性的順序排列，使其易於分析，並求美觀。
(d) 各長條間連接在一起，以求美觀。

2.18 調查化妝品市場消費者職業別，可用下列何種尺度來衡量？
(a)名目尺度（nominal scale） (b)順序尺度（ordinal scale）
(c)區間尺度（interval scale） (d)無法判斷

2.19 友愛有線電視公司為預測晚間新聞節目的收視率，在收視戶中加裝收視率監控器，這種資料蒐集的方法是屬：
(a)派員調查　(b)郵寄問卷調查　(c)實驗性資料 (d)觀察性資料

2.20 要將累積次數用圖表示，下列何種圖形最為恰當？
(a).肩形圖　(b)圓餅圖　(c)直方圖　(d)次數多邊形圖

解答

1	**D**	2	**C**	3	**D**	4	**C**	5	**C**
6	**B**	7	**A**	8	**D**	9	**C**	10	**B**
11	**B**	12	**A**	13	**C**	14	**A**	15	**B**
16	**D**	17	**D**	18	**A**	19	**D**	20	**A**

三、敘述統計

3.1 下列那個統計量無法顯示資料變異的程度？
(a) 四分位距 (b) 標準差 (c)中位數 (d) 全距

3.2 若某組資料之標準差為0，則下列敘述何者為真？
(a)資料分配成對稱　(b) 平均數大於中位數
(c)資料中所有觀察值都相同　(d)資料中觀察值的數值，正負各佔一半

3.3 一隨機樣本數據為：2, 4, 6, 8, 10,12，則：
(a)中位數為7　(b)全距為7　(c)眾數為7　(d)平均數為7

3.4 下列那一個配對可以提供關於次數分配之偏態方面的情報：
(a) 眾數、平均數　(b) 標準差、中位數　(c) 中位數、平均數　(d) 以上皆非

3.5 分配的第三級動差是在衡量分配的：
(a) 離散程度(Degree of dispersion)　(b) 中央趨勢(Central tendency)
(c) 峰度(Peakedness)　(d) 偏態(Skewness)

3.6 吾人觀測了一組資料：3,5,2,4,6,5,9,5,7,8,下列何者正確？
(a)平均數＞中位數 (b)中位數＞眾數 (c)平均數＞眾數 (d)以上皆非
題解: 資料為2,3,4,5, 5, 5, 6, 7,8,9,故眾數=5，中位數=5，平均數=5.4

3.7 四群學生，人數是10、20、30、40 人，平均體重分別是50、55、60、65 公斤，

則全部學生的平均體重是（四捨五入）：

(a)55 (b)57 (c)60 (d)資料不足，不能計算

題解: (10*50+20*55+30*60+40*65)/(10+20+30+40)=60

3.8 下列那一個統計量較可能同時表示一組樣本中，體重的變異程度高於身高的變異程度：

(a)四分位距 (b)標準差 (c)全距 (d) 變異係數

3.9 何種測量離散程度的測度量最易受到極端值的影響？

(a)標準差 (b)四分位距 (c)變異數 (d)全距

3.10 飲料工廠有兩條生產線，A 生產線產出250c.c.的飲料且產品容量的標準差爲2c.c.，B 生產線產出500c.c.的飲料且產品容量的標準差爲3c.c.，就產品容量的觀點而言：

(a) 生產線的品質較佳 (b)生產線的品質較佳 (c)兩條生產線品質一樣
(d) 難以斷論

題解: A生產線的變異係數=2/250=0.008大於B 生產線的變異係數=3/500=0.006，故B 生產線的品質較佳

3.11 **阿美班上期中考的會計學與統計學成績統計如下**；全班**會計學**的平均分數爲65 分，標準差爲5 分，**統計學**的平均分數爲70 分，標準差爲7 分。**阿美會計學**得78 分，**統計學**得84 分，相較於全班同學，**阿美**：

(a)**會計學**成績較佳 (b)**統計學**成績較佳

(c)**會計學**與**統計學**一樣好 (d)平均數與標準差皆不同，兩科成績無法比較

題解: **阿美會計學在全班**(78-65)/5=2.6**個**標準差位置

阿美統計學在全班(84-70)/7=2**個**標準差位置，故其**會計學**成績相對較佳

3.12 下列敘述何者恆爲正確？
(a)一組資料的最大值爲100，最小值爲0，其中位數爲50，則此資料爲對稱資料
(b)以算術平均數爲中心的標準差，較以任何其他平均數爲中心的標準差小
(c)若二組資料有相同平均數且皆爲正數，則標準差愈大者，變異係數（C.V.）愈小
(d)兩組不同單位的資料可藉全距比較資料之離散程度

3.13 下列敘述何者可能不正確？
(a)一組資料的最大值爲100，最小值爲0，其中位數爲60，則此資料右偏
(b)一組資料的所有數值與其算術平均數的差，其總和爲0
(c)若二組資料有相同標準差，且平均數皆爲正數，則平均數愈大者，變異係數（C.V.）愈小
(d)兩組不同單位的資料可藉變異係數（C.V.）比較資料之離散程度

3.14 一組數據資料中，若平均數減去中位數的值是很大的正數時，則下列敘述何者正確？
(a)中位數必須小於零　　(b)平均數必須是大的正數
(c)中位數必須小於零同時平均數必須大於零　　(d)資料分佈呈右偏

3.15 某一國際大公司招考員工時，初試必須先考滿分爲200 分之英語測驗，再以其分數高低決定面試與否。過去經驗顯示測驗分數爲鐘形分配。假設今年公司預定錄取分數最好的16人面試，而報考人數有100人，計算其平均成績爲150 分和標準差爲15 分。該公司面試前錄取分數會：
(a)比150 分高　　(b)比165 分高　　(c)比180 分高　　(d)比195 分高

題解::
依經驗法則，鐘形分配下，與平均數距離一個標準差內的範圍占全體資料的68%，故比平均數大一個標準差的範圍占全體資料的16%，平均成績150 分加一個標準差15 分，得165 分

3.16 一組樣本的觀察值爲 3, 5,7, 5, 6, 7，則「樣本眾數」爲：
(a) 5　　(b)5.5　　(c)7　　(d)5與7

3.17 5位學生每人投籃8次，而投中球數分別爲4, 4, 5,5,6，則投中次數的第一個四分位數是：
（a）4 (b) 5　(c)5.5　(d) 6

3.18 5位學生每人投籃8次，而投中球數分別爲4, 4, 5,5,6，則投中次數的標準差爲何？
（a）$\sqrt{2.8/4}$ (b) $\sqrt{2.8/5}$　(c) $\sqrt{3/4}$　(d) $\sqrt{3/5}$

3.19 一組數據中，介於第一個四分位數和第六十百分位數之間的數據比例爲：
(a)20%　(b)35%　(c)40%　(d)65%

題解:60-25=35%

3.20下列何者不是算術平均數的特性？
(a) 位於中央位置的資料值　　(b) 是整個資料的平衡點
(c) 與資料差異的總和爲0　　(d) 與資料差異的平方和是最小的

3.21 一組資料如右：1,2,3,5,8,10,12,17,22,26,29,30，其第3個四分位數爲：
(a) 17　(b) 22　(c) 24　(d) 26

題解:n=12，第3個四分位數位於3*(12/4)=9，故爲第9個與第10個數字的平均=(22+26)/2=24

3.22 某班50名學生之統計學平均成績爲68分，若已知一名學生成績登記錯誤，40分更正爲65分，試求更正後之全班平均成績=______。

題解[68*50-(65-40)]/50=68.5

3.23 某班50名學生之統計學成績平均數為68分，標準差為10分，若已知一名學生成績登記錯誤，40分更正為65分，試求更正後之全班成績的標準差=______。

題解 原平方和=(變異數+均值平方)*50=(100+68*68)*50=236200

新平方和=原平方和-40*40+65*65=236200-1600+4225=238825

新均值平方=[68*50-(65-40)]/50=68.5

新變異數=新平方和/50-新均值平方=238825/50-68.5*68.5=84.25

標準差=9.179

3.24 一班級男生 20 人，女生 30 人，已知某次統計學測驗成績，男生的平均數為 65 分，標準差為 12 分，女生的平均數為 70 分，標準差為 10 分，則此次統計學測驗，全班 50 人成績的平均數=_______

68

題解 平均數=(20*65+30*70)/(20+30)=68

3.25 一班級男生 20 人，女生 30 人，已知某次統計學測驗成績，男生的平均數為 65 分，標準差為 12 分，女生的平均數為 70 分，標準差為 10 分，則此次統計學測驗，全班 50 人成績的，標準差=________。

題解 變異數=[20*12*12+30*10*10+20*(65-68)*(65-68)+30*(70-68)*(70-68)]/(20+30)
=6180/50=123.6
標準差=11.12

3.26 某班學生之統計學成績平均數為 45 分，標準差為 15 分，老師決定調整成績，試求以下列方式調整成績後的平均數和標準差；
每人加 20 分，則平均數=_______，標準差=_______。

題解 平均數=45+20=65 分　標準差=15

3.27 某班學生之統計學成績平均數為 45 分，標準差為 15 分，老師決定調整成績，試求以下列方式調整成績後的平均數和標準差；

每人成績乘以 1.5 倍，則平均數=_______，標準差=_______。

題解平均數=45*1.5=67.5　標準差=15*1.5=22.5

3.28 某班學生之統計學成績平均數為 45 分，標準差為 15 分，老師決定調整成績，試求以下列方式調整成績後的平均數和標準差；
每人成績乘以 1.5 倍後，再加 5 分，則平均數=_______，標準差=_______。

題解 平均數=45*1.5+5=72.5　標準差=15*1.5=22.5

解答

1	**C**	2	**C**	3	**A,D**	4	**D**	5	**D**
6	**A,C**	7	**C**	8	**D**	9	**D**	10	**B**
11	**A**	12	**B**	13	**A**	14	**D**	15	**B**
16	**D**	17	**A**	18	**A**	19	**B**	20	**A**
21	**C**	22	**68.5**	23	**9.179**	24	**68**	25	**11.12**
26	**65;15**	27	**76.5;22.5**	28	**72.5;22.5**				

四、機率概論

4.1 若王先生得到甲工作的機率爲0.5，得到乙工作的機率爲0.6，在得到甲工作的條件下，王先生會得到乙工作的機率爲0.5，請問王先生同時會得到甲工作及乙工作的機率爲何？

(a)1.1 (b)0.6 (c)0.3 (d)0.25

題解: $P(A)=0.5$ $P(B)=0.6$ $P(B|A)=0.5$ $P(A\cap B)= P(B|A)\ P(A)=0.5*0.5=0.25$

4.2 若李先生得到甲工作的機率爲0.5，得到乙工作的機率爲0.6，在得到甲工作的條件下，李先生會得到乙工作的機率爲0.5，請問李先生會得到甲工作或乙工作的機率爲何？

(a)1.1 (b)0.85 (c)0.75 (d)0.6

題解: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.5+0.6-0.25=0.85$

4.3 彩券的中獎號碼是由四個箱中各抽一個號碼球，而每個箱內有0 到9 的號碼球各一顆，則樣本空間中有多少樣本點？

(a)40 (b)729 (c)1000 (d)10000

題解: 10*10*10*10=10000

4.4 二個互斥事件A、B，機率分別是0.5、0.6，則$Pr\{A^c\cup B^c\}$=？(註:A^c ，B^c 分別表示 A、B的餘集合)

(a)0.7 (b)0.8 (c)0.9 (d)1.0

題解: 二個互斥事件A、B 得$P(A\cap B)=0$ ，而$Pr\{A^c\cup B^c\}=1-P(A\cap B)=1-0=0$

4.5 二個獨立事件A、B，機率分別是0.5、0.6，則Pr{$A \cup B$}=？

(a)0.9 (b)0.8 (c)0.7 (d)0.6

題解: 二個獨立事件A、B得P(A∩B)=P(A)*P(B)=0.5*0.6=0.3

則Pr{$A \cup B$}=P(A)+P(B)- P(A∩B)=0.5+0.6-0.3=0.8

4.6 設5 位助理的薪水分別是（單位：千元）25, 27, 30, 32,36，平均是30，現在隨機抽出3 人，則其中2人的薪水大於平均30的機率是：

(a)0.3 (b)0.4 (c)0.5 (d)0.6

題解: ${}_3C_1*{}_2C_2/{}_5C_3$=[3*1]/[5*4*3/3!]=3/10

4.7 擲一枚公正的骰子8次結果8 次均出現奇數點，則擲第9 次時：
(a)出現奇數點的機率比較出現偶數點的機率大
(b)出現偶數點的機率比較出現奇數點的機率大
(c)出現偶數點的機率與出現奇數點的機率一樣大
(d)應該會出現偶數點

4.8 某公司生產鬧鐘，有10%的不良率。此公司爲了商譽，對每一個鬧鐘做品質檢驗以區分產品是否不良，並分類爲“通過”或“不通過”，若檢驗員有5%的機會分類錯誤，則被分類爲“通過”的百分比，最接近下列那一項？

(a)80% (b)85% (c)90% (d)95%

題解: 已知P(不良)=0.1， 分類錯誤，P(通過|不良)=0.05，P(不通過|良)=0.05。則P(通過)= P(通過|不良) P(不良)+ P(通過|良) P(良)=0.05*0.1+(1-0.05)*(1-0.1)=0.86

4.9 某公司生產鬧鐘，有10%的不良率。此公司爲了商譽，對每一個鬧鐘做品質檢驗以區分產品是否不良，並分類爲“通過”或“不通過”，若檢驗員有5%的機會分類錯誤，如果只有被分類爲“通過”的鬧鐘，可對外販賣；被分類爲“不通過”的，則被鬧鐘報廢丟棄。問可對外販賣的燈泡中，是良品的百分比，最接近下列那一項？
(a)90% (b)93% (c)96% (d)99%

題解: P(良|通過)= P(良∩通過)/P(通過)= (1-0.05)*(1-0.1)/0.86=0.855/0.86=0.994

4.10 某公司生產的零件來自甲、乙兩工廠，甲工廠生產其中70 %，不良率是0.5 %，乙工廠生產其餘30 %，不良率是1 %，則該公司螺絲不良率是：

(a)0.3% (b)0.38% (c)0.5% (d)0.65%

題解: 0.7*0.005+0.3*0.01=0.0065=0.65%

4.11 投一公正骰子一次(有6 面，分別是1,2,3,4,5,6 點)，則出現點數的期望值是：

(a)3 (b)3.5 (c) 4 (d)依出現點數而定

4.12 假定

P(A1) = 0.2， P(A2) = 0.8，P(B|A1) =0.2，P(B |A2) =0.4，那麼P(A1| B) = ?
(a)0.10 (b)0.111 (c)0.182 (d)0.250

題解: P(A1| B) =P(A1∩B)/P(B)=P(B|A1)*P(A1)/[P(B|A1)*P(A1)+P(B|A2)P(A2)]
=0.2*0.2/[]0.2*0.2+0.4*0.8)=1/9

4.13 袋中有相同大小的1 個黑球與1 個白球。事件*A* 表示第1 球取到白球，事件*B* 表示第2 球取到白球。一次取1 球，而且取出不放回，則下列敘述何者正確：

(a)*A* 與*B* 是互斥事件且*A* 與*B* 是獨立事件
(b) *A* 與*B* 是互斥且事件*A* 與*B* 是相依事件
(c) *A* 與*B* 不互斥且事件*A* 與*B* 是相依事件
(d)*A* 與*B* 不互斥且*A* 與*B* 是獨立事件

題解: 因取出不放回，第1 球取到白球後第2 球取不到白球，故*A* 與*B* 是互斥事件，P(A)=1/2 ，P(B)=P(第一球取到黑球)*P(第2 球取到白球l第一球取到黑球)+ P(第一球取到白球)*P(第2 球取到白球l第一球取到白球)=1/2*1+1/2*0=1/2，

P(A∩B)=0≠P(A)*P(B)=1/2*1/2，故*A* 與*B* 是相依事件

4.14 袋中有相同大小的1 個黑球與1 個白球。「事件」*A* 代表第1 球取到白球，「事件」*B* 代表第2 球取到白球。一次取1 球，而且取出放回，則下列敘述何者正確：

(a)*A* 與*B* 是互斥事件且*A* 與*B* 是獨立事件
(b)*A* 與*B* 是互斥且事件*A* 與*B* 是相依事件
(c) *A* 與*B* 不互斥且事件*A* 與*B* 是相依事件
(d)*A* 與*B* 不互斥且*A* 與*B* 是獨立事件

題解: 因取出放回，第1 球取到白球後，放回，故袋中恢復原狀，第2 球取到白球的機率與第1 球相同， P(A)= P(B)=1/2 ，故A 與B可以同時發生， 不互斥，且P(A∩B)=P(A)*P(B)=1/2*1/2，故*A* 與*B* 是獨立事件

4.15 袋中有相同大小的1 個黑球與2 個白球。事件*A* 表示第1 球取到白球，事件*B* 表示第2 球取到白球。一次取1 球，而且取出不放回，則下列敘述何者正確：

(a)*A* 與*B* 是互斥事件且*A* 與*B* 是獨立事件
(b)*A* 與*B* 是互斥且事件*A* 與*B* 是相依事件
(c) *A* 與*B* 不互斥且事件*A* 與*B* 是相依事件
(d)*A* 與*B* 不互斥且*A* 與*B* 是獨立事件

題解: 因取出不放回，第1 球取到白球後，袋中仍有一個白球，故第2 球可取到白球，故A 與B可以同時發生， 不互斥，P(A)=2/3 ，P(B)=P(第一球取到黑球)*P(第2

球取到白球|第一球取到黑球)+ P(第一球取到白球)*P(第2 球取到白球|第一球取到白球)=1/3*1+2/3*1/2=2/3，P(A∩B)= P(第一球取到白球)*P(第2 球取到白球|第一球取到白球)= 2/3≠P(A)*P(B)=2/3*1/2，故*A* 與*B* 是相依事件

4.16 連續丟二個公平銅板，丟第四次才發生一正一反的機率是：

(a)1/16 (b)1/8 (c)3/16 (d) 1/4

題解: 每次丟二個公平銅板出現一正一反的機率是1/2,丟第四次才發生一正一反的機率是1/2*1/2*1/2*1/2=1/16

4.17 設生男生女之機率各為1/2，且互相獨立。某夫婦生了3 個小孩，則恰是1 男2 女的 機率是：

(a)1/8 (b)1/4 (c)3/8 (d) 1/2

4.18 投一公正骰子一次，定義A,B,C 三事件如下：A={出現數字是偶數}，B={出現數字是小於4}，C={出現數字是大於4}。那麼Pr(A∩(B∪C))為何？(即A∩(B∪C)之機率) (a)1/6 (b)1/3 (c)=1/2 (d)2/3

題解: B∪C= {出現數字是1,2,3,5,6} ,A∩(B∪C)={2,6},Pr(A∩(B∪C))=2/6=1/3

4.19 某疾病的發生率為1%，而某藥廠宣稱他們發展出一種很準確的檢測藥劑：若有病則檢測結果為陽性(有病)的機率是99%,若無病則檢測結果為陰性(沒病)的機率也是99%。現隨機選一人，則檢測結果為陽性的機率最接近：

(a)1% (b)2% (c)50% (d)99%

題解: 已知P(有病)=0.01， P(陽性反應|有病)=0.99，P(陰性反應|無病)=0.99。則
P(陽性反應)= P(陽性反應|有病) P(有病)+ P(陽性反應|無病) P(無病)
=0.99*0.01+(1-0.99)*(1-0.01)=0.0198

4.20 某疾病的發生率為1%，而某藥廠宣稱他們發展出一種很準確的檢測藥劑：若有病則檢測結果為陽性(有病)的機率是99%,若無病則檢測結果為陰性(沒病)的機率也是99%。現某人檢驗結果為陽性(顯示帶病)，則他真的帶病的機率最接近：

(a)1% (b)2% (c)50% (d)99%

題解: 已知P(有病)=0.01， P(陽性反應|有病)=0.99，P(陰性反應|無病)=0.99。則
P(陽性反應)= P(陽性反應|有病) P(有病)+ P(陽性反應|無病) P(無病)
=0.99*0.01+(1-0.99)*(1-0.01)=0.0198

P(有病|陽性反應)= P(陽性反應∩有病)/ P(陽性反應)= P(陽性反應|有病) P(有病) / P(陽性反應) =0.99*0.01/[0.99*0.01+(1-0.99)*(1-0.01)]=1/2

4.21 假設台灣地區婦女就業調查中發現，40%在上班，60%爲家庭主婦。若已知在上班工作的婦女中，大學畢業者佔 50%；在家庭工作的家庭主婦中，大學畢業者佔 60%。. 從所有婦女中隨機抽取一人，其爲大學畢業者的機率是多少？

(a)0.45　(b)0.56　(c)0.67　(d)0.78

題解: P(大學畢業者)=P(大學畢業者|在上班工作)*P(在上班工作)+P(大學畢業者|家庭主婦)*P(家庭主婦)=0.5*0.4+0.6*0.6=0.56

4.22 假設台灣地區婦女就業調查中發現，40%在上班，60%爲家庭主婦。若已知在上班工作的婦女中，大學畢業者佔 50%；在家庭工作的家庭主婦中，大學畢業者佔 60%。從所有婦女中隨機抽取一人，若被抽中者是大學畢業者，則其在上班工作的機率是多少？

(a) 0.135　(b)0.246　(c) 0.357　(d)0.468

題解: P(大學畢業者)=P(大學畢業者|在上班工作)*P(在上班工作)+P(大學畢業者|家庭主婦)*P(家庭主婦)=0.5*0.4+0.6*0.6=0.56

. P(在上班工作|大學畢業者)= P(大學畢業者|在上班工作)*P(在上班工作)/ P(大學畢業者)=0.5*0.4/0.56=0.357

4.23 從台灣全省抽樣 1,000 家公司，調查其去年的業績，發現結果如下：業績成長的有 150 家，業績衰退的有 550 家，業績不變的有 300 家，而其中服務業所佔的比例分別爲 45%，30%，50%。 若從中選取一家公司，其爲服務業的機率爲若干？

(a) 0.3825　(b) 0.4016　(c) 0.4167　(d) 0.4207

題解

P(服務業)= P(服務業|業績成長)*P(業績成長)+P(服務業|業績衰退)*P(業績衰退)+

P(服務業|業績不變)*P(業績不變)=0.15*0.45+0.55*0.30+0.30*0.50=0.0675+0.165+.15=0.3825

4.24 從台灣全省抽樣 1,000 家公司，調查其去年的業績，發現結果如下：業績成長的有 150 家，業績衰退的有 550 家，業績不變的有 300 家，而其中服務業所佔的比例分別爲 45%，30%，50%。 若從中選取一家公司，已知其爲服務業，則其去年業績成長的機率爲若干？

(a) 0.151　(b) 0.176　(c) 0.189　(d)0.207

題解:P(業績成長|服務業)= P(業績成長∩服務業)/P(服務業)

P(服務業)= P(服務業|業績成長)*P(業績成長)+P(服務業|業績衰退)*P(業績衰退)+
P(服務業|業績不變)*P(業績不變)=0.15*0.45+0.55*0.30+0.30*0.50=0.0675+0.165+.15=0.3825

P(業績成長|服務業))= P(業績成長∩服務業)/P(服務業)= P(服務業|業績成長)*P(業績成長)/ P(服務業)=0.0675/0.3825=0.176

4.25 從台灣全省抽樣 1,000 家公司，調查其去年的業績，發現結果如下：業績成長的有 120 家，業績衰退的有 580 家，業績不變的有 300 家，而其中服務業所佔的比例分別爲 45%，30%，50%。若從中選取一家公司，所選取的公司不爲服務業的機率爲若干？ (a)0.3475 (b)0. 4167 (c)0.5833 (d)0.6175

題解:

P(非服務業)= P(非服務業|業績成長)*P(業績成長)+P(非服務業|業績衰退)*P(業績衰退)+P(非服務業|業績不變)*P(業績不變)=0.15*0.55+0.55*0.70+0.30*0.50=0.0825+0.385+.15=0.6175

4.26 若 $P(A) = 0.8$, $P(B) =0.7$ 且 $P(A \cup B) =0.90$, 則 $P(A \cap B) =$
(a) 0.5 (b) 0.6 (c) 0.7 (d) 0.8

題解: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)= 0.8+ 0.7-0.9=0.6$

4.27 若 $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ 且 $P(A \cap B) =0.25$, 則 $P(A|B) =$
(a) 0.556 (b) 0.625 (c) 0.833 (d) 0.875

題解: $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)=0.25/0.4=0.625$

4.28 若 $P(A) = 0.30$, $P(B) = 0.40$, $P(A \cap B) = 0.06$, 則 A 與 B 爲:
(a) 獨立事件 (b)相依事件 (c)互斥事件 (d)互補事件

題解: $P(A \cap B) = 0.06 \neq P(A)* P(B) = 0.30*0.40=0.12$,故$A$ 與 B 爲相依事件

4.29 若 A 與 B 爲獨立事件，$P(A) = 0.7$ 且 $P(A|B) = 0.7$, 則 $P(B) =$
(a) 1.00 (b) 0.7 (c) 0.49 (d) 資料不足無法決定

4.30 若 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$, 且 $P(A \cap B) = 0.4$, 則 $P(A \cup B) =$:
(a) 0.6 (b)0.7 (c)0.8 (d) 0.9

題解: $P(A \cup B) =0.6+0.5-0.4=0.7$

解答

1	**D**	2	**B**	3	**D**	4	**D**	5	**B**
6	**A**	7	**C**	8	**B**	9	**D**	10	**D**
11	**B**	12	**B**	13	**B**	14	**A**	15	**C**
16	**A**	17	**C**	18	**B**	19	**B**	20	**C**
21	**B**	22	**C**	23	**A**	24	**B**	25	**D**
26	**B**	27	**B**	28	**B**	29	**D**	30	**B**

五、間斷型機率分配

(一)、選擇題：

1. 以投擲一枚六面骰子一次的隨機試驗，下列那一個隨機變數的定義是正確的？

(A) X = 1，如出現偶數 2，如出現奇數 3，如出現 1，2，3 4，如出現 4，5，6	(B) X = 1，如出現 1，2，3 2，如出現 4 3，如出現 5
(C) X = 1，如出現 1，6 0，如出現 2，3，4，5	(D) X =贏，如出現 6 輸，如出現 1，2，3，4，5

2. 一個不公正六面骰子，號碼（2、5）每面出現的機率都是1/4、1/4，號碼（1、3、4、6）每面出現的機率都是1/8。令X 為擲這個骰子兩次的點數和。請問X 等於 9 的機率為何？
   (A) 5/64 (B) 7/64 (C) 3/32 (D) 1/9
3. 一個不公正六面骰子，號碼（2、5）每面出現的機率都是1/4、1/4，號碼（1、3、4、6）每面出現的機率都是1/8。令X 為擲這個骰子兩次的點數和，請問X 大於或等於4 且小於或等於10 的機率為何？
   (A) 5/6 (B) 27/32 (C) 5/36 (D) 53/64

4. 盒中有 10 個球，其中 4 個紅球，6 個黑球；以不放回抽樣方式隨機選取 4 球。令隨機變數X表示黑球數，請問機率P(X≧2)之值為何？
   (A) 0.0485 (B) 0.1191 (C) 0.1256 (D)0.167

5. 假設一上市股票依過去股價分析可知隔天上升1 元的機率爲0.4，維持相同股價的機率爲0.4，而隔天下降1 元的機率爲0.2，當某日的成交價格爲80 元時，問明日的期望價格爲何？

(A) 79.8 元　(B) 80.2 元　(C)81 元　(D) 78 元

6. 假定X 爲一隨機變數，且其E(X)=100，σ^2(X)= 60。變數Y 爲X 的線性函數，Y=2X+150。那麼 E(Y)，σ^2(Y)各爲多少：

(A) 200；210　(B)350；120　(C) 350；240　(D) 250；60

7. 某私立高中應屆畢業生有60%會考進國立大學。令X 爲隨機選出100人考進國立大學的人數。請問 X 的標準差爲何？

(A) 4.90　(B) 3.24　(C) 3.8730　(D) 10.5

8. 在一個班級共有30位男生與20位女生，隨機抽出5人參加演講比賽，設隨機變數X是抽出的女生人數，則隨機變數X的機率分配是：

(A) 常態分配　(B) 二項分配　(C) 幾何分配　(D) 超幾何分配

9. 假設在太平洋捕鮭作業中捕獲畸形鮭魚的機率爲0.2%，今欲求從該處捕獲的1000 條鮭魚中最多有兩條魚爲畸形魚的機率，應該用何種統計方法較適宜？

(A) 常態(normal)分配　(B) 超幾何分配　(C) 卜瓦松(Poisson)分配　(D) F 分配

10. 已知一錄音室 180 分鐘之光碟片的錯誤數服從平均數爲 6 的卜瓦松(Poisson)分配，隨機抽取一片 180 分鐘之光碟片，已播放前 30 分鐘，未出現錯誤，則接著的 60 分鐘不會出現錯誤的機率爲：

(A) 0.0498　(B) 0.1353　(C) 0.3679　(D) 0.9502

11. 長榮航空 747 班機預售了 300 個座位，但此班機只有 298 個可供乘客使用，假設平均有2%旅客取消其班機，試求無人取消班機之機率爲：

(A) e^{-6}　(B) e^{-4}　(C) e^{-2}　(D) e^{2}

12. 設產品不良率爲0.02，隨機從產品中取出 200 件檢查。令 200 件中不良品個數爲X，則機率P(X≧3) 之近似值爲何？

(A) 0.3234　(B) 0.7619　(C) 0.488　(D) 0.594

13. 盒中有 10 個球，其中 3 個紅球，5 個黑球，2 個白球；以歸還方式隨機選取 3 球。令X 表示紅球數，令Y 表示黑球數，請問機率P(X＝1,Y＝2)之值爲何？

(A) 1/5　　(B) 1/4　　(C) 1/9　　(D) 1/6

14. 假設有兩個離散型隨機變數X和Y ，其聯合機率分配是f (x, y) =k(x+y)，x =1, 2, 3； y =0,1, 2。試問 k =？
(A) 1/12　　(B) 1/18　　(C) 1/21　　(D) 1/27

15. 假設有兩個離散型隨機變數X和Y ，其聯合機率分配是f (x, y) =k(x+y)，x =1, 2, 3； y =0,1, 2。Pr (Y = 2) =？
(A) 1/2　　(B) 1/5　　(C) 4/9　　(D) 2/15

16. 設隨機變數X 與Y 爲獨立變數，則下列何者爲正確？（其中E(X)，E(Y)爲X 與Y 的期望值，VAR(X)，VAR(Y)爲X 與Y 的變異數）
(A) E(X/Y)=E(X)/E(Y)　　(B) E(X|Y)=E(Y|X)　　(C) VAR(Y|X)=VAR(X|Y)
(D) VAR(X+Y)=VAR(X)+VAR(Y)

17. 有關波松隨機變數（Poisson random variable）的陳述下列何者正確？
(A) 具無限多個可能值的離散隨機變數　　(B) 具有限多個可能值的離散隨機變數
(C) 具無限多個可能值的連續隨機變數　　(D) 具有限多個可能值的連續隨機變數

18. 假設鑽探1 口井會發現天然氣之機率爲0.36，而且每次鑽探之結果互爲「獨立」。今欲求算鑽探少於 10 次就會發現第1口天然氣井的機率。這個問題中的隨機變數具有什麼機率分配？
(A) 二項分配　　(B)負二項分配　　(C)幾何分配　　(D)卜瓦松分配

19. 一個養鵝場中體重超過 4 公斤的豬隻占0.25的機率，求算隨機抓取20隻鵝，會發現5 隻超過 4 公斤的機率。這個問題中的隨機變數具有什麼機率分配？
(A) 二項分配　　(B)負二項分配　　(C)幾何分配　　(D)卜瓦松分配

20. 袋中共有10 個球，其中有2 個紅球。一次取1 球，取出不放回，則第2 球會取到紅球之機率爲：
(A) 2/10　　(B) 2/9　　(C) 1/9　　(D) 不一定

（二）、填充題：

21. 有一個隨機變數X，其機率分配如下：

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{ax^2}{x!} & x=1,2,3,4\\ 0 & \text{其它值}\end{cases}$$

則常數a等於________________

Ans 6/31

題解

$$\sum_{x=1}^{4} f(x)=\frac{a}{1!}+\frac{4a}{2!}+\frac{9a}{3!}+\frac{16a}{4!}=\frac{31a}{6}=1 \quad \Rightarrow a=\frac{6}{31}$$

22. 有一個隨機變數X，其機率分配如下：

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{6x^2}{31x!} & x=1,2,3,4\\ 0 & \text{其它值}\end{cases}$$

則 P(X>1) =__________和 P(X>1| X<4)=____________

又 E(x)=________Var(x)=___________

Ans: 25/31, 7/9 , 2.355 , 7.194

題解

(2) $P(X>1)=1-P(X\le 1)=1-P(X=1)=1-\dfrac{6}{31}=\dfrac{25}{31}$

$$P(X>1|X<4)=\frac{P(X>1,X<4))}{P(X<4)}=\frac{P(X=2)+P(X=3)}{1-P(X=4)}=\frac{12/31+9/31}{1-4/31}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$$

(3) $E(X)=\sum_{x=1}^{4} xf(x)=\dfrac{6}{31}+\dfrac{2\times 12}{31}+\dfrac{3\times 9}{31}+\dfrac{4\times 4}{31}=\dfrac{73}{31}=2.355$

$$E(X^2)=\sum_{x=1}^{4} x^2 f(x)=\frac{1\times 6}{31}+\frac{4\times 12}{31}+\frac{9\times 9}{31}+\frac{16\times 4}{31}=\frac{223}{31}=7.194$$

23. 有一個隨機變數X，其機率分配如下：

$$f(x)=P(X=x)=\begin{cases}a(1+x^2) & x=-1,0,1,2\\ 0 & \text{其它值}\end{cases}$$

則常數a等於________________

Ans 0.11

題解

(1) $\sum_{x=1}^{4} f(x)=2a+a+2a+5a=10a=1 \quad \Rightarrow a=0.1$

24. 有一個隨機變數X，其機率分配如下：

$$f(x)=P(X=x)=\begin{cases} a(1+x^2) & x=-1,0,1,2 \\ 0 & 其它值 \end{cases}$$

令隨機變數Y=2X^2+2，則P(Y>2)=________

又 E(Y)=__________和Var(Y)=________

Ans 0.9 , 56.8 , 10.56

題解

隨機變數 Y 的機率分配為：

y	2	4	10	合計
f(y)	0.1	0.4	0.5	1.0

$$P(Y>2)=1-P(Y\le 2)=1-P(Y=2)=1-0.1=0.9$$

(3) $E(Y)=\sum_{y=1}^{4} yf(y)=0.2+1.6+5.0=6.8$； $E(Y^2)=\sum_{y} y^2 f(y)=0.4+6.4+50=56.8$

$$Var(Y)=E(Y^2)-\left(E(Y)\right)^2=56.8-(6.8)^2=56.8-46.24=10.56$$

25. 一盒內有 5個紅球及5個藍球，自其中任取2球。若2球是相同顏色，則得10元 ；若2球不是相同顏色，則得－8 元(即，輸8元)，令隨機變數X為某一次賭局中所贏得之金額；

(1) 則隨機變數X的機率分配=________________ 。

(2) 隨機變數X的平均數=________及變異數=__________ 。

Ans:f(-8)=4/9,f(10)=5/9: 2 : 80

題解：

(1) $P(兩球同色)=\dfrac{\binom{5}{2}\binom{5}{0}}{\binom{10}{2}}+\dfrac{\binom{5}{0}\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}}=\dfrac{4}{9}$ 和 $P(兩球不同色)=\dfrac{\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{10}{2}}=\dfrac{5}{9}$

X 的機率分配為：

x	-8	10	合計
f(x)	4/9	5/9	1.0

(2) $E(X)=\sum_{x} xf(x)=-8\times\dfrac{4}{9}+10\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{18}{9}=2$

$$E(X^2)=\sum_{x} x^2 f(x)=\left(-8\right)^2\times\frac{4}{9}+10^2\times\frac{5}{9}=\frac{756}{9}=84$$

$$Var(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=84-(2)^2=80$$

26. 假如你投資\$2萬元於某風險很高的創投基金，有40%的機會可以拿回\$5萬元；有25%的機會可以將投資的錢拿回來，有35%的機會一毛錢都拿不回來。令隨機變數X爲你可能的淨回收(net payoff)，

(1) 隨機變數 X 的平均數=________與變異數=_________。

(2) 若你改變心意，想加碼投資到\$10 萬元，則你可能的淨回收(net payoff)的平均數=_________與變異數=_________

Ans: 0.5 , 4.75 , 2.5 , 118.75

題解：

(1) X 的機率分配爲：

淨回收 x(萬元)	3	0	-2	合計
f(x)	0.4	0.25	0.35	1.0

$$E(X)=\sum_x xf(x)=3\times 0.4+0\times 0.25+(-2)\times 0.35=0.5$$

$$E(X^2)=\sum_x x^2 f(x)=(3)^2\times 0.4+0^2\times 0.25+(-2)^2\times 0.35=5$$

$$Var(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=5-(0.5)^2=4.75$$

(2) 令Y=5X，E(Y)=5×0.5=2.5，Var(Y)=25×4.75=118.75。

27. 設10 個小孩的家庭中，男生之機率爲0.3，則：

(1) 此家庭中恰有 2 位男生之機率=_________

(2) 此家庭中至少有 2 位男生之機率=_________

Ans： 0.2335 , 0.8507

題解：

(1) X~N(10,0.3), $P(X=2)=\binom{10}{2}0.3^2\times 0.7^8=0.2335$

(1) X~N(10,0.3), $P(X\geq 2)=\sum_{x=2}^{10}\binom{10}{x}0.3^x\times 0.7^{10-x}=0.8507$

28. 有25%的學生在某一特定必修科目中會被當掉，現有20個學生修課，令隨機變數X代表被當掉的學生人數：則

(1) 隨機變數X的平均數=__________及變異數=_________；

(2) P(X =0)=________和P(X≧2)=__________。

Ans： 5 , 3.75 , 0.0032 , 0.9757

題解：(1) $X\sim B(20,0.25),\ f(x)=\binom{20}{x}0.25^x\times 0.75^{20-x},\quad x=0,1,\ldots,20$

$E(X)=np=20\times 0.25=5$ 和 $Var(X)=npq=20\times 0.25\times 0.75=3.75$

(2) $P(X=0)=\binom{20}{0}0.25^0\times 0.75^{20}=0.0032$

$P(X\geq 2)=1-P(X\leq 1)=1-0.0032-0.0211=0.9757$

29. 某一考試有10題選擇題，每一題均有4個可能答案，而每一題都只有一個是正権的。若某學生純粹以猜答案的方式來答題，令隨機變數Y代表此學生猜對的題數。則

(1) 隨機變數Y的機率分配為__________ 。

(2) 隨機變數Y的平均數=________及變異數=__________ 。

(3) P(Y≧3)=___________ 。

Ans : B(10,1/4) , 2.5 , 15/8 , 0.4744

題解：(1) $Y \sim B(10,1/4), \quad y=0,1,2,...,10$

(2) $E(Y)=np=10\times 1/4=2.5$ 和 $Var(Y)=npq=10\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=15/8$

(3) $P(Y\geq 3)=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)=1-0.5256=0.4744$

30. 若有一個非正常硬幣，出現反面的機率為出現正面的三倍，擲這個非正常硬幣10次，令隨機變數X代表出現反面的次數，則：

(1) 隨機變數X的平均數=_________及變異數=___________ 。

(2) P(2<X≦4)=________和P(X>1)=___________ 。

Ans : 2.5 , 1.875 , 0.3963 , 0.756

題解：(1) $X \sim B(10,0.25), \ f(x)=\binom{10}{x}0.25^{x}\times 0.75^{10-x}, \quad x=0,1,...,10$

(2) $E(X)=np=10\times 0.25=2.5$ 和 $Var(X)=npq=10\times 0.25\times 0.75=1.875$

(3) $P(2<X\leq 4)=P(X=3)+P(X=4)$

$$=\binom{10}{3}0.25^{3}\times 0.75^{7}+\binom{10}{4}0.25^{4}\times 0.75^{6}=0.2503+0.1460=0.3963$$

$P(X>1)=1-P(X\leq 1)=1-0.0563-0.1877=0.756$

31. 一盒中置有黑球5個、紅球4個，自其中連續抽取4球，令隨機變數X代表抽出黑球的個數，試求：

(1) P(3≦X≦5)=_________和 P(X≥2)=________________

(2) E(x)=________和Var(X)=__________

Ans : 0.357 , 0.753 , 2.222 , 0.617

題解：隨機變數 X 為在一個裝有 9 個球的盒子中取出 4 個球來檢查，其中黑球的個數，X~H(N=9, S=5, n=4)。

$$f(x)=P(X=x)=\frac{\binom{5}{x}\binom{4}{4-x}}{\binom{9}{4}}, \quad x=0,1,2,3,4$$

(2) $P(3 \le X \le 5) = P(X=3) + P(x=4) \dfrac{\binom{5}{3}\binom{4}{1}}{\binom{9}{4}} + \dfrac{\binom{5}{4}\binom{4}{0}}{\binom{9}{4}} = 0.317 + 0.040 = 0.357$

$$P(X \ge 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - \frac{\binom{5}{0}\binom{4}{4}}{\binom{9}{4}} - \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{3}}{\binom{9}{4}} = 1 - 0.008 - 0.159 = 0.753$$

(3) $E(X) = np = 4 \times \dfrac{5}{9} = 2.222$ 和 $Var(X) = npq \times \dfrac{N-n}{N-1} = 4 \times \dfrac{5}{9} \times \dfrac{4}{9} \times \dfrac{9-4}{9-1} = 0.617$

32. 某公司在電子產品運出之前對所製造的產品進行可用性測試，並以二階段進行其計劃。裝有25個電子產品的盒子準備運送時，每盒取2個產品來做不良品試驗。如果找到任何不良品，則整盒送回廠內進行100%的篩選。如果沒有找到任何不良品，則此盒就運出。

(1) 裝有3個瑕疵品的盒子被運出的機率=__________

(2) 只有1個瑕疵品的盒子卻回廠做100%篩選的機率=_________

Ans： 0.77， 0.08

題解：令隨機變數 X 代表在一個裝有 25 個產品的盒子中取出 2 個產品來檢查，其中不良品的個數，X~H(N=25, S, n=2)。

(1) 在 S=3(盒裝有 3 個不良品)中，盒子被運出的機率爲：

$$P(X=0) = \binom{3}{0}\binom{22}{2} \Big/ \binom{25}{2} = 0.77$$

(2) 在 S=1(盒裝有 1 個不良品)中，盒子被送回廠的機率爲：

$$P(X=1) = \binom{1}{1}\binom{24}{1} \Big/ \binom{25}{2} = 0.08$$

33. 一個袋子裝有24張彩卷，其中有5張有獎，由袋子中隨機抽出5張，隨機變數X代表有獎彩卷之張數，則：

E(X)=_________, Var(X)=________； $P(X \ge 1) = ?$___________

Ans： 1.25 ， 0.74， 0.8063

題解：隨機變數 X 服從一個超幾何分配： $P(X=x) = \binom{5}{x}\binom{15}{5-x} \Big/ \binom{20}{5}$； $x = 0,1,2,3,4,5$

(2) $E(X)=np=5\times\frac{5}{20}=1.25$ 和 $Var(X)=npq\times\frac{N-n}{N-1}=5\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{20-5}{20-1}=0.74$

(3) $P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\binom{5}{0}\times\binom{15}{5}\Big/\binom{20}{5}=0.8063$

34. 假定每天在大千路與萬全路之交叉路口發生的車禍件數符合Poisson分配，而且每天平均有2次車禍發生。問某天在此交叉路口：

(1) 至多只會發生一次車禍的機率=________？

(2) 不會有車禍發生的機率=________？

(3) 至少有3件車禍會發生的機率=________？

Ans： 0.406， 0.1353 ，0.3223

題解：令隨機變數 X 代表某天在此交叉路口發生的車禍件數，x=0,1,2,… ；X~P(λ=2)。

(1) $P(X\leq 1)=P(X=0)+P(X=1)=e^{-2}\times 2^0\big/0!+e^{-2}\times 2^1\big/1!=0.406$

(2) $P(X=0)=e^{-2}\times 2^0\big/0!=0.1353$

(3) $P(X\geq 3)=1-P(X\leq 2)=1-0.6777=0.3223$

35. H牌汽車業者關心Q-PLUS車型煞車系統的一種故障。此故障發生率不高，但在高速行駛時會引起嚴重的事故。假定每年有過此故障的汽車數目X爲一個λ=4的卜瓦松機率分配：

(1) 每年最多3輛汽車造成嚴重事故的機率=___________

(2) 每年超過2輛汽車會造成嚴重事故的機率=___________

(3) E(X)=_______ 和 Var(X)=_______各爲何?

Ans： 0.433， 0.762 ， 4， 4

題解：(1) $X\sim P(\lambda=4)$; $P(X\leq 3)=\sum_{x=0}^{3}\frac{e^{-4}\times 4^x}{x!}=e^{-4}\times(\frac{4^0}{0!}+\frac{4^1}{1!}+\frac{4^2}{2!}+\frac{4^3}{3!})=e^{-4}\times\frac{142}{6}=0.433$

(2) $P(X>2)=1-P(X\leq 2)=1-\sum_{x=0}^{2}\frac{e^{-4}\times 4^x}{x!}=1-0.238=0.762$

(3) $E(X)=\lambda=4,\ \ Var(X)=\lambda=4$

36. 已知一個池塘中的一種泰國蝦有2%的蝦有病，假設病蝦在池水中呈隨機分布，則在一網含有100 隻蝦中剛好有2 隻病蝦的機率是多少？

(1) 用二項分布（Binomial Distribution）解所問的機率=________ 。
(2) 用卜瓦松分布（Poisson Distribution）解所問的機率=_______ 。
（註：0.9998 = 0.37346428；e = 2.71828）

Ans：　0.1823，　0.1804

題解：

(1) $Y \sim B(100, 0.02), \quad y = 0, 1, 2, \ldots, 100; \quad P(Y=2) = \binom{100}{3} 0.02^3 \times 0.98^{97} = 0.1823$

(2) $Y \approx P(\lambda = 2), \quad y = 0, 1, 2, \ldots; \quad P(Y=3) = \dfrac{e^{-2} \times 2^3}{3!} = 0.1804$

間斷型機率分配(解答)

(一)、選擇題：

1	**C**	2	**D**	3	**B**	4	**B**	5	**B**
6	**C**	7	**A**	8	**D**	9	**C**	10	**B**
11	**A**	12	**B**	13	**B**	14	**D**	15	**C**
16	**D**	17	**A**	18	**C**		**A**		**A**

21. (題解)：

(1) $\sum_{x=1}^{4} f(x) = \dfrac{a}{1!} + \dfrac{4a}{2!} + \dfrac{9a}{3!} + \dfrac{16a}{4!} = \dfrac{31a}{6} = 1 \quad \Rightarrow a = \dfrac{6}{31}$

22.(題解)：

(2) $P(X > 1) = 1 - P(X \le 1) = 1 - P(X = 1) = 1 - \dfrac{6}{31} = \dfrac{25}{31}$

$$P(X>1 | X<4) = \frac{P(X>1, X<4)}{P(X<4)} = \frac{P(X=2)+P(X=3)}{1-P(X=4)} = \frac{12/31+9/31}{1-4/31} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9}$$

(3) $E(X) = \sum_{x=1}^{4} x f(x) = \dfrac{6}{31} + \dfrac{2\times 12}{31} + \dfrac{3\times 9}{31} + \dfrac{4\times 4}{31} = \dfrac{73}{31} = 2.355$

$$E(X^2) = \sum_{x=1}^{4} x^2 f(x) = \frac{1\times 6}{31} + \frac{4\times 12}{31} + \frac{9\times 9}{31} + \frac{16\times 4}{31} = \frac{223}{31} = 7.194$$

$$Var(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2 = 7.194 - (2.335)^2 = 7.194 - 5.546 = 1.648$$

23.(題解)：

(1) $\sum_{x=1}^{4} f(x) = 2a + a + 2a + 5a = 10a = 1 \quad \Rightarrow a = 0.1$

24.(題解)：

(2) 隨機變數 Y 的機率分配爲：

y	2	4	10	合計
f(y)	0.1	0.4	0.5	1.0

$P(Y > 2) = 1 - P(Y \le 2) = 1 - P(Y = 2) = 1 - 0.1 = 0.9$

(3) $E(Y) = \sum_{y=1}^{4} yf(y) = 0.2 + 1.6 + 5.0 = 6.8$；$E(Y^2) = \sum_{y} y^2 f(y) = 0.4 + 6.4 + 50 = 56.8$

$Var(Y) = E(Y^2) - \left(E(Y)\right)^2 = 56.8 - (6.8)^2 = 56.8 - 46.24 = 10.56$

25.(題解)：

(1) $P(\text{兩球同色}) = \dfrac{\binom{5}{2}\binom{5}{0}}{\binom{10}{2}} + \dfrac{\binom{5}{0}\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = \dfrac{4}{9}$ 和 $P(\text{兩球不同色}) = \dfrac{\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{10}{2}} = \dfrac{5}{9}$

X 的機率分配爲：

x	-8	10	合計
f(x)	4/9	5/9	1.0

(2) $E(X) = \sum_{x} xf(x) = -8 \times \dfrac{4}{9} + 10 \times \dfrac{5}{9} = \dfrac{18}{9} = 2$

$E(X^2) = \sum_{x} x^2 f(x) = (-8)^2 \times \dfrac{4}{9} + 10^2 \times \dfrac{5}{9} = \dfrac{756}{9} = 84$

$Var(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2 = 84 - (2)^2 = 80$

26.(題解)：

(1) X 的機率分配爲：

淨回收 x(萬元)	3	0	-2	合計
f(x)	0.4	0.25	0.35	1.0

$E(X) = \sum_{x} xf(x) = 3 \times 0.4 + 0 \times 0.25 + (-2) \times 0.35 = 0.5$

$E(X^2) = \sum_{x} x^2 f(x) = (3)^2 \times 0.4 + 0^2 \times 0.25 + (-2)^2 \times 0.35 = 5$

$Var(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2 = 5 - (0.5)^2 = 4.75$

(3) 令Y=5X，E(Y)=5×0.5=2.5，Var(Y)=25×4.75=118.75。

27.(題解)：

(1) X~N(10,0.3), $P(X = 2) = \binom{10}{2} 0.3^2 \times 0.7^8 = 0.2335$

(1) X~N(10,0.3), $P(X \ge 2) = \sum_{x=2}^{10} \binom{10}{x} 0.3^x \times 0.7^{10-x} = 0.8507$

28.(題解)：

(1) $X \sim B(20, 0.25),\ f(x) = \binom{20}{x} 0.25^x \times 0.75^{20-x},\quad x = 0,1,\ldots,20$

$E(X) = np = 20 \times 0.25 = 5$ 和 $Var(X) = npq = 20 \times 0.25 \times 0.75 = 3.75$

(2) $P(X = 0) = \binom{20}{0} 0.25^0 \times 0.75^{20} = 0.0032$

$P(X \ge 2) = 1 - P(X \le 1) = 1 - 0.0032 - 0.0211 = 0.9757$

29.(題解)：

(1) $Y \sim B(10, 1/4),\qquad y = 0,1,2,\ldots,10$

(2) $E(Y) = np = 10 \times 1/4 = 2.5$ 和 $Var(Y) = npq = 10 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 15/8$

(3) $P(Y \ge 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) = 1 - 0.5256 = 0.4744$

30.(題解)：

(1) $X \sim B(10, 0.25),\ f(x) = \binom{10}{x} 0.25^x \times 0.75^{10-x},\quad x = 0,1,\ldots,10$

（2） $E(X) = np = 10 \times 0.25 = 2.5$ 和 $Var(X) = npq = 10 \times 0.25 \times 0.75 = 1.875$

(3) $P(2 < X \le 4) = P(X = 3) + P(X = 4)$

$$= \binom{10}{3} 0.25^3 \times 0.75^7 + \binom{10}{4} 0.25^4 \times 0.75^6 = 0.2503 + 0.1460 = 0.3963$$

$P(X > 1) = 1 - P(X \le 1) = 1 - 0.0563 - 0.1877 = 0.756$

31.(題解)：

(1) 隨機變數 X 爲在一個裝有 9 個球的盒子中取出 4 個球來檢查，其中黑球的個數，X~H(N=9, S=5, n=4)。

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\binom{5}{x}\binom{4}{4-x}}{\binom{9}{4}},\quad x = 0,1,2,3,4$$

(2) $P(3 \le X \le 5) = P(X = 3) + P(x = 4) \dfrac{\binom{5}{3}\binom{4}{1}}{\binom{9}{4}} + \dfrac{\binom{5}{4}\binom{4}{0}}{\binom{9}{4}} = 0.317 + 0.040 = 0.357$

$$P(X \ge 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \frac{\binom{5}{0}\binom{4}{4}}{\binom{9}{4}} - \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{3}}{\binom{9}{4}} = 1 - 0.008 - 0.159 = 0.753$$

(3) $E(X)=np=4\times\frac{5}{9}=2.222$ 和 $Var(X)=npq\times\frac{N-n}{N-1}=4\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{9-4}{9-1}=0.617$

32.(題解)：

令隨機變數 X 代表在一個裝有 25 個產品的盒子中取出 2 個產品來檢查，其中不良品的個數，X~H(N=25, S, n=2)。

(3) 在 S=3(盒裝有 3 個不良品)中，盒子被運出的機率為：

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\binom{22}{2}\Big/\binom{25}{2}=0.77$$

(4) 在 S=1(盒裝有 1 個不良品)中，盒子被送回廠的機率為：

$$P(X=1)=\binom{1}{1}\binom{24}{1}\Big/\binom{25}{2}=0.08$$

33.(題解)：

(1) 隨機變數 X 服從一個超幾何分配： $P(X=x)=\binom{5}{x}\binom{15}{5-x}\Big/\binom{20}{5}$; $x=0,1,2,3,4,5$

(2) $E(X)=np=5\times\frac{5}{20}=1.25$ 和 $Var(X)=npq\times\frac{N-n}{N-1}=5\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{20-5}{20-1}=0.74$

(3) $P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\binom{5}{0}\times\binom{15}{5}\Big/\binom{20}{5}=0.8063$

34.(題解)：

令隨機變數 X 代表某天在此交叉路口發生的車禍件數，x=0,1,2,… ；X~P(λ=2)。

(1) $P(X\leq 1)=P(X=0)+P(X=1)=e^{-2}\times 2^0/0!+e^{-2}\times 2^1/1!=0.406$

(2) $P(X=0)=e^{-2}\times 2^0/0!=0.1353$

(3) $P(X\geq 3)=1-P(X\leq 2)=1-0.6777=0.3223$

35.(題解)：

(1) $X\sim P(\lambda=4);\ \ P(X\leq 3)=\sum_{x=0}^{3}\frac{e^{-4}\times 4^x}{x!}=e^{-4}\times(\frac{4^0}{0!}+\frac{4^1}{1!}+\frac{4^2}{2!}+\frac{4^3}{3!})=e^{-4}\times\frac{142}{6}=0.433$

(2) $P(X>2)=1-P(X\leq 2)=1-\sum_{x=0}^{2}\frac{e^{-4}\times 4^x}{x!}=1-0.238=0.762$

(3) $E(X)=\lambda=4,\ \ Var(X)=\lambda=4$

36.(題解)：

(1) $Y \sim B(100, 0.02), \quad y = 0,1,2,...,100; \quad P(Y=2) = \binom{100}{3} 0.02^3 \times 0.98^{97} = 0.1823$

(2) $Y \approx P(\lambda = 2), \quad y = 0,1,2,...; \quad P(Y=3) = \dfrac{e^{-2} \times 2^3}{3!} = 0.1804$

連續型隨機變數

一、選擇題：

1. 給定一連續隨機變數下，其機率密度函數下的面積為：
(A) 等於此連續隨機變數的平均數 (B) 依不同機率密度函數而定
(C) 等於 1.00 (D) 不能判斷

2. 兩次地震間隔時間的隨機變數，最適合下列何種分配？
(A) 常態分配 (B) 指數分配 (c) 二項分配 (D) 幾何分配

3. 某電腦執行程式的時間（以秒計）為一連續隨機變數，其機率密度函數如下：
$$f(x) = \begin{cases} 0.1 & 0 \le x \le 10 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$
其執行程式時間(X)的期望值與變異數為：
(A) 3.62；16.67 (B) 5.00；8.33 (C) 7.5；33.33 (D) 9.31；108.33

4. 下列對常態分配的敘述，何者為錯誤？
(A) 對稱的分配 (B) 單峰（unimodal）的分配
(C) 有相同的平均數與標準差 (D) 在機率密度函數下的面積永遠等於 1.00

5. 標準常態分配與常態分配差異之處為何？
(A) 標準常態分配為對稱於零的分配，然而常態分配卻不一定對稱於零
(B) 標準常態分配的標準差為 0，而常態分配的標準差永遠大於 0
(C) 標準常態分配是間斷型分配，而常態分配為連續型分配
(D) 標準常態分配在密度函數下的面積永遠等於 1.00，而常態分配在密度函數下的面積永遠大於 1.00

6. 在一個常態分配中，觀測值落在平均數左右一個標準差範圍所佔的機率約為何？
(A) 95.45% (B) 25.25% (C) 99.73% (D) 68.27%

7. 標準化常態分配之標準差為何？
(A) 0.5 (B) 1 (C) 1.5 (D) 2

8. 下列何者為真：

(A) 常態分布的算術平均值在眾量的右邊　　(B) 偏斜分布的中位數與眾數在同一位置

(C) 自由度為 1 時，卡方分布近似常態分布

(D) $Z=(x-\mu)/\sigma$ 是標準化常態分布轉換公式

9. 設$X \sim N(\mu,\sigma^2)$(亦即隨機變數X服從一個常態分配，平均數μ，變異數σ^2)，若 aX+b具標準常態分布，則下述何者正確？

(A) $a = 1/\sigma$；$b= -\mu/\sigma$　　(B) $a = 1/\sigma^2$，$b= -\mu/\sigma^2$

(C) $a = -\mu/\sigma$，$b = -\mu$　　(D) $a = -\mu/\sigma^2$，$b = -\mu$

10. 設標準常態分配下，95 百分位數落於標準化值Z=？

(A) 1.645　(B)1.96　(C) 2.054　(D) 2.326

11. 隨機抽出200位某高中一年級新生，其身高（單位公分）資料的部分敘述性統計如下：樣本平均數＝164.24，樣本中位數＝165.00，樣本標準差＝9.72，假設這些身高資料服從常態。請問身高179 公分以上的同學應該有多少人？（解答請四捨五入到整數）

(A)11　(B) 13　(C) 15　(D) 17

12. 隨機抽出200位某高中一年級新生，其身高（單位公分）資料的部分敘述性統計如下：樣本平均數＝164.24，樣本中位數＝165.00，樣本標準差＝9.72，假設這些身高資料服從常態。請問最矮的10 個人身高應該在多少公分以下？

(A)148　(B) 150　(C) 152　(D) 154

13. 假設滅火器壽命是常態分布N(3,1)，單位是年。則一滅火器在放置五整年之後還有作用的機率是：

(A) 0.023　(B) 0.046　(C) 0.159　(D) 0.318

14. 假設滅火器壽命是常態分布N(3,1)，單位是年，若二支滅火器放置五整年之後，至少有一支有作用的機率約是：

(A) 0.29　(B) 0.090　(C) 0.045　(D) 0.54

15. 某一跨國商務公司在招考員工時，必須先考初試 (滿分為200分之性向測驗)，再以其分數高低決定面試與否。過去經驗顯示測驗分數為常態分配。假設今年公司預定錄取分數最好的30人面試，而報考人數有150人，計算其平均成績為120分和標準差分數為15 分。該公司面試前錄取分數會：

(A) 比 129 分高　(B) 比 132 分高　(C) 比 135 分高　(D)比 138 分高

16. 設隨機變數X 服從一個二項分配B(n,p)，請問在什麼條件下最適合利用常態分配求其二項機率的近似值？

(A) $n \geq 30$　(B) $np>5$　(C) $n(1-p)>5$　(D) $np>5$ 且 $n(1-p)>5$

17. 若某校學生之經濟學分數為常態分配，該校學生經濟學平均分數為68 分，標準差為8，若70分以上為B，而B 以上成績的學生有120 人，則該校修習生物統計

學之學生共約多少人？

(A) 320 人　　(B) 300 人　　(C) 480 人　　(D) 600 人

18. 青山農場所出產的蘋果的重量分配布是$N(\mu, \sigma^2)$，$\mu = 300$（公克），$\sigma = 10$（公克），現在36 粒裝一箱，設其總重量是X公克，則X 在10800 ± 720 公克之間的機率最接近的數字是：

(A) 0.9018　　(B) 0.9306　　(C) 0.9544　　(D) 0.9974

19. 假設隨機變數X 的分配爲二項分配 B (25,0.5)，若要計算$P(10<X\leqq 15)$的機率，我們採取常態分配逼近，而且使用連續性修正 (continuity correction)，下列何者正確？

(A) $\Phi(1.2)-\Phi(-0.8)$　　(B) $\Phi(1.0)-\Phi(-1.0)$

(C) $\Phi(0.12)-\Phi(-0.08)$　　(D) $\Phi(0.10)-\Phi(-0.10)$

20. 某加油站的洗車服務包括機器自動沖洗和人工擦乾兩階段。若此兩階段的服務時間皆服從常態分配且彼此互相獨立，其平均數分別爲10, 8 分鐘，標準差分別爲4, 3 分鐘，則洗一部車費時超過 23 分鐘的機率爲何？

(A) 0.3413　　(B) 0.1587　　(C) 0.4706　　(D) 0.02

21. 設隨機變數X代表爲某商品之售價服從一個常態分配，平均數爲30，變異數爲5 ，設隨機變數Y代表此商品的進貨成本，也是一個常態分配，平均數爲25，變異數爲4，若可假設售價與成本互爲獨立，則不虧本（即爲X-Y>0）之機率爲何？

(A) 0.0475　　(B) 0.9525　　(c) 0.1587　　(D) 0.8413

22. 設X_1, X_2 是互相獨立的隨機變數,且其分配分別是 N(1,3) 和 N(3,4) (亦即X_1是常態分配，期望值爲1，變異數爲3，X_2 具常態分配，期望值爲3，變異數爲4)。令$Y=4X_1-2X_2$。則下列敘述何者正確？ ①E(Y)=2，②E(Y)=0，③V(Y)=4，④V(Y)=32，其中E(‧)表示期望值，V(‧)表示變異數

(A) ①③　　(B) ①④　　(C) ②③　　(D)四者皆錯

23. 設某大學有一萬名男學生，其身高分布是常態N(170,100)，單位是公分，若超過190 公分是高個子，則高個子人數最接近的數字是：

(A) 500 人　　(B) 250 人　　(C)) 223 人　　(D) 25 人

24. 企管系二年級共有100 個學生，若統計學成績分布呈常態分配，且平均分數爲70分，標準差爲10 分，則約略有幾個人的成績在60 分以下？(根據P(|Z|＞ 2) ≒ 5 %，P(|Z|＞ 1) ≒ 32 %，其中Z 爲「標準常態分配」)。

(A)16 人　　(B) 32 人　　(C) 84 人　　(D) 90 人

25. 若Z是一個標準常態隨機變數，則P(-1<Z<0)將會比P(1.5<Z<2.5)：

(A)相等　　(B)大　　(C) 小　　(D) 以上都不正確

二、計算題：

26. X 爲一隨機變數，服從均勻分配(Uniform distribution)，其機率密度函數如下，

$$f(x)=\begin{cases}1/20 & 20\le x\le 40\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

(1) 則X之平均數=__________與變異數=__________ 。

(2) P(25<X<32)=__________

Ans : 30 , 100/3 , 0.35

題解

$$E(X)=\mu=\int_{20}^{40}\frac{x}{20}dx=\left.\frac{x^2}{40}\right|_{20}^{40}=40-10=30$$

$$E(X^2)=\int_{20}^{40}\frac{x^2}{20}dx=\left.\frac{x^3}{60}\right|_{20}^{40}=\frac{2800}{3};\quad V(X)=E(X^2)-\mu^2=\frac{2800}{3}-900=\frac{100}{3}$$

(2) $P(25<X<32)=\int_{25}^{32}\frac{1}{20}dx=\left.\frac{x}{20}\right|_{25}^{32}=\frac{7}{20}=0.35$

27. 製成後的型號A1012之螺母內徑是平均值5公分及標準差0.01公分的一個常態分配。

(1) 內徑超過 5.025 公分之螺母的機率=________

(2) 活塞環內徑在 4.9883 公分和 5.01 公分之間的機率爲何=__________

(3) 15%的活塞環其內徑會低於________ 。

Ans : 0.0062 , 0.7203 , 4.9896

題解

(1) $X\sim N(10,0.03^2)$,

$$\text{P(X>10.075)=P(}\frac{\text{X-}\mu}{\sigma}>\frac{10.075-10}{0.03})=P(Z>2.5)=0.5-0.4938=0.0062$$

(2) $\text{P(9.965<X>10.03)=P(}\frac{9.965\text{-}10}{0.03}<\frac{\text{X-}\mu}{\sigma}<\frac{10.03-10}{0.03})$

$$=P(-1.17<Z<1)=P(-1.17<Z<0)+P(0<Z<1)=0.3790+0.3413=0.7203$$

(3) $X\sim N(5,0.01^2)$,

$$P(X<a)=P(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{a-5}{0.01})=P(Z<\frac{a-5}{0.01})=P(Z>-\frac{a-5}{0.01})=0.5-P(0<Z<-\frac{a-5}{0.01})=0.15$$

$P(0<Z<-\frac{a-5}{0.01})=0.35$;因爲查表得 $P(0<Z<1.04)\approx 0.35$; 所以，$-\frac{a-5}{0.01}=1.04\Rightarrow a=4.9896$

28. 台灣年輕人喜歡紅色的手機的比例爲20%，則在某一個手機直營店未來二個月所出售的800支手機中，試求下列機率：

(1) 介於 140 支到 170 支是紅色的手機(含兩端)的機率=__________

(2) 至少 180 支是紅色的手機的機率=__________

Ans : 0.767 , 0.0516

題解

(1) $X \sim B(800, 0.2)$, 但因 $np = 160 > 5$ 且 $n(1-p) = 640 > 5$, 所以，可用常態分配近似二項分配。

$$X \approx N(160, 144)$$

$$P(140 \le X \le 170) \approx P(139.5 \le X \le 170.5)$$

$$= P(\frac{139.5-160}{12} \le Z \le \frac{170.5-160}{12}) = P(-1.71 \le Z \le .0.88) = 0.4564+0.3106=0.767$$

(2) $$P(X \ge 180) \approx P(X \ge 179.5) = P(Z \ge \frac{179.5-160}{12}) = P(Z \ge 1.63)$$

$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 1.63) = 0.5 - 0.4484 = 0.0516$$

29. 若已知 $P(X>116)=0.0668$ 和 $P(X<114)=0.8413$，且X服從一個常態分配 N(μ，σ2)，則

(1) 隨機變數 X 的平均數=__________和標準差=___________

(2) $P(112<X<118)$=_________ 和 $P(X<103)$=__________

Ans : 110 , 4 , 0.2857 , 0.0401

題解

(1) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

$$P(X < 114) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{114-\mu}{\sigma}) = P(Z < \frac{114-\mu}{\sigma}) = 0.8413$$

查表得知： $P(Z < 1.0) = 0.8413 \Rightarrow \frac{114-\mu}{\sigma} = 1.0 \Rightarrow \mu + \sigma = 114$

$$P(X > 114) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{116-\mu}{\sigma}) = P(Z > \frac{116-\mu}{\sigma}) = 0.0668$$

查表得知： $P(Z > 1.5) = 0.0668 \Rightarrow \frac{116-\mu}{\sigma} = 1.5 \Rightarrow \mu + 1.5\sigma = 116$

解聯立方程式 $\Rightarrow \mu = 110, \quad \sigma = 4.0$

(2) $$P(112 < X < 118) = P(\frac{112-110}{4} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{118-110}{4})$$

$$= P(0.5 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < 0.5) = 0.9772 - 0.6915 = 0.2857$$

$$P(X < 103) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{103-110}{4})$$

$$= P(Z < -1.75) = P(Z > 1.75) = 1 - P(Z < 1.75) = 1 - 0.9599 = 0.0401$$

30. 青山農場生產蘋果，其重量爲一常態分配，平均數爲560公克，標準差爲20公克，試求下列各小題：

(1) 某一個水梨重量大於 580 公克的機率=_________

(2) 抽取 5 個水梨，恰有 3 個水梨重量大於 580 公克的機率=__________

(3) 抽取 5 個水梨，至少有 2 個水梨重量大於 580 公克的機率=__________ 。

Ans : 0.01587 , 0.0283 , 0.181

題解

(1) $X \sim N(560, 20^2)$,

$$P(X>580)=P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{580-560}{20}) = P(Z>1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$$

(2) Y代表5個水梨中，其重量大於580公克的個數，所以 $Y \sim B(5,0.1587)$；

$$P(Y=3)=\binom{5}{3}0.1587^3 \times 0.8413^2 = 0.0283$$

(3) $P(Y \geq 2)=1-P(X<2)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-0.4215-0.3975=0.181$

31. 已知大千企業所生產之AQ03零件，其長度符合常態分配，平均數爲118公分，標準差爲 3.2 公分。則

(1) 任取一個 AQ03 零件，其長度超過 122 公分之機率=__________。

(2) 任取四個 AQ03 零件，最多只有一個長度超過 120 公分之機率=_________。

Ans : 0.1056 , 0.9421

題解

(1) $X \sim N(118, 3.2^2)$, $P(X>122)=P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{122-118}{3.2}) = P(Z>1.25)=0.1056$

(2) Y代表4個AQ03零件中，長度高於122公分的個數，所以 $Y \sim B(4,0.1056)$；

$$P(Y \leq 1)=P(X=0)+P(X=1)=0.6399+0.3022=0.9421$$

32. 某一大廣告公司招考相關廣告設計人員時，初試爲總分180分之『設計概念與創意』測驗，第二階段面試是以分數高低來決定試。假設『設計概念與創意』測驗分數爲一個常態分配，且今年公司預定選分數最好的二十四人面試，而報考人數有150 人計算其平均成績爲120 分和標準差分15 分。

(1) 該公司第二階段面試的最低分數爲___________

(2) 若某位先生考試得 140 分時，估計他的分數至少名列第_____名

Ans : 134.92 , 14

題解

(1) $X \sim N(120,15^2)$, 令a爲第二階段面試最低分數

$$P(X>a)=P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{a-120}{15}) = P(Z>\frac{a-120}{15}) = 1-P(Z<\frac{a-20}{8}) = 24/150 = 0.16$$

$$P(Z<\frac{a-120}{15}) = 0.84\ ;$$

因爲查表得 $P(Z<0.9945) \approx 0.84$; 所以，$\frac{a-120}{15} = 0.9945 \Rightarrow a = 134.92$(分)

(2) $P(X>140)=P(\frac{X\text{ - }\mu}{\sigma}>\frac{140-120}{15})=P(Z>1.33)=1-0.9082=0.0918$

$150\times 0.0918=13.77\approx 14$, 這位先生至少名列第14名。

33. 設某私立大學共有6000位學生，其學生之年齡服從一個常態分配 N(20.8，1.82)，則：

(1) 年齡低於20歲之學生人數=__________

(2) 若全體學生中隨機抽問10位學生的年齡，正好有2位同學高於20歲的機率爲 ________

Ans : 0.33 , 0.0547

(1) $X\sim N(20.8,1.8^2)$, $\text{P(X<20)=P(}\frac{\text{X-}\mu}{\sigma}<\frac{20-20.8}{1.8})=P(Z<-0.44)\text{=0.33}$

(2) Y代表10個學生中，年齡高於20歲的人，所以 $Y\sim B(10,0.67)$；

$$P(Y=4)=\binom{10}{4}0.67^4\times 0.33^6=0.0547$$

34. 某醫院會計部門爲了解病患應收帳款天數之情形，整理了所有病患應收帳款之天數資料，發現應收帳款天數呈現是一個常態分配N(20, 82)，則：

(1) 帳款介於20天至40天之機率=__________

(2) 若醫院想寄給欠帳款最久的2.5%催繳信函，則欠_______天以上的病患將會收到信函?

(3)

Ans : 0.4938 , 35.68

題解

(1) $X\sim N(20,8^2)$, $\text{P(20<X<40)=P(}\frac{\text{20-20}}{8}<\frac{\text{X-}\mu}{\sigma}<\frac{40-20}{8})=P(0<Z<2.5)\text{=0.4938}$

(2) $X\sim N(20,8^2)$,

$$P(X>a)=P(\frac{X\text{ - }\mu}{\sigma}>\frac{a-20}{8})=P(Z>\frac{a-20}{8})=1-P(Z<\frac{a-20}{8})=0.025$$

$P(Z<\frac{a-20}{8})=0.975$;因爲查表得 $\text{P}(Z<1.96)\approx 0.975$; 所以，$\frac{a-20}{8}=1.96\ \Rightarrow\ a=35.68$(天)

35. 一產品之重量分配爲常態分配N(200, 42)，單位：公克。

(1) 今客戶要求之規格爲 199±4 公克，過重或過 6 輕均爲不合格，試問在目前之機 6 器設備下，不合格的比例爲__________

(2) 若該產品的標準差仍維持 4 公克，欲使其重量超過 210 公克之機率等於 5%，則平均重量應訂爲___________

Ans : 0.3323， 203.42

題解

(1) $P(\text{不合格})=P(X<195)+P(\text{X}>203)=\text{P}(\frac{\text{X-}\mu}{\sigma}<\frac{195-200}{4})+\text{P}(\frac{\text{X-}\mu}{\sigma}>\frac{203-200}{4})$

$=P(Z<-1.25)+P(Z>0.75)=0.1056+0.2267=0.3323$

(2) $P(X>210)=P(\frac{X\text{ - }\mu}{\sigma}>\frac{210-\mu}{4})=P(Z>\frac{210-\mu}{4})=1-P(Z<\frac{210-\mu}{4})=0.05$

$P(Z<\frac{210-\mu}{4})=0.95$;因爲查表得 $\text{P}(Z<1.645)\approx 0.95$;

所以，$\frac{210-\mu}{4}=1.645 \Rightarrow$ 應設定平均重量在$\mu=203.42$(公克)

連續型隨機變數(解答)

一、選擇題：

1	**C**	2	**B**	3	**B**	4	**C**	5	**A**
6	**D**	7	**B**	8	**D**	9	**A**	10	**A**
11	**B**	12	**C**	13	**A**	14	**C**	15	**B**
16	**D**	17	**B**	18	**C**	19	**A**	20	**B**
21	**B**	22	**D**	23	**C**	24	**A**	25	**B**

二、計算題：

26.(解答)：

(1)

$$E(X)=\mu=\int_{20}^{40}\frac{x}{20}dx=\left.\frac{x^2}{40}\right|_{20}^{40}=40-10=30$$

$$E(X^2)=\int_{20}^{40}\frac{x^2}{20}dx=\left.\frac{x^3}{60}\right|_{20}^{40}=\frac{2800}{3};\quad V(X)=E(X^2)-\mu^2=\frac{2800}{3}-900=\frac{100}{3}$$

(2) $P(25<X<32)=\int_{25}^{32}\frac{1}{20}dx=\left.\frac{x}{20}\right|_{25}^{32}=\frac{7}{20}=0.35$

27.(解答)：

(1) $X \sim N(10, 0.03^2)$,

$$\text{P(X>10.075)=P(}\frac{\text{X-}\mu}{\sigma} > \frac{10.075-10}{0.03}) = P(Z > 2.5) = 0.5 - 0.4938 = 0.0062$$

(2) $\text{P(9.965<X>10.03)=P(}\frac{9.965\text{-}10}{0.03} < \frac{\text{X-}\mu}{\sigma} < \frac{10.03-10}{0.03})$

$$=P(-1.17 < Z < 1) = P(-1.17 < Z < 0) + P(0 < Z < 1) = 0.3790 + 0.3413 = 0.7203$$

(3) $X \sim N(5, 0.01^2)$,

$$P(X < a) = P(\frac{X\text{ - }\mu}{\sigma} < \frac{a-5}{0.01}) = P(Z < \frac{a-5}{0.01}) = P(Z > -\frac{a-5}{0.01}) = 0.5 - P(0 < Z < -\frac{a-5}{0.01}) = 0.15$$

$P(0 < Z < -\frac{a-5}{0.01}) = 0.35$;因爲查表得 $\text{P}(0 < Z < 1.04) \approx 0.35$; 所以，$-\frac{a-5}{0.01} = 1.04 \Rightarrow a = 4.9896$

28.(解答)：

(1) $X \sim B(800, 0.2)$, 但因 $np = 160 > 5$ 且 $n(1-p) = 640 > 5$, 所以，可用常態分配近似二項分配。

$X \approx N(160, 144)$

$P(140 \le X \le 170) \approx P(139.5 \le X \le 170.5)$

$$= P(\frac{139.5-160}{12} \le Z \le \frac{170.5-160}{12}) = P(-1.71 \le Z \le .0.88) = 0.4564 + 0.3106 = 0.767$$

(2) $P(X \ge 180) \approx P(X \ge 179.5) = P(Z \ge \frac{179.5-160}{12}) = P(Z \ge 1.63)$

$$= 0.5 - P(0 \le Z \le 1.63) = 0.5 - 0.4484 = 0.0516$$

29.(解答)：

(1) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

$$P(X < 114) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{114-\mu}{\sigma}) = P(Z < \frac{114-\mu}{\sigma}) = 0.8413$$

查表得知： $P(Z < 1.0) = 0.8413 \quad \Rightarrow \quad \frac{114-\mu}{\sigma} = 1.0 \Rightarrow \mu + \sigma = 114$

$$P(X > 114) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{116-\mu}{\sigma}) = P(Z > \frac{116-\mu}{\sigma}) = 0.0668$$

查表得知： $P(Z > 1.5) = 0.0668 \quad \Rightarrow \quad \frac{116-\mu}{\sigma} = 1.5 \Rightarrow \mu + 1.5\sigma = 116$

解聯立方程式 $\Rightarrow \quad \mu = 110, \quad \sigma = 4.0$

(2) $P(112 < X < 118) = P(\frac{112-110}{4} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{118-110}{4})$

$$= P(0.5 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < 0.5) = 0.9772 - 0.6915 = 0.2857$$

$$P(X < 103) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{103-110}{4})$$

$$= P(Z < -1.75) = P(Z > 1.75) = 1 - P(Z < 1.75) = 1 - 0.9599 = 0.0401$$

30.(解答)：

(1) $X \sim N(560, 20^2)$,

$$\mathrm{P(X>580)=P(}\frac{\mathrm{X}-\mu}{\sigma} > \frac{580-560}{20}) = P(Z>1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$$

(2) Y代表5個水梨中，其重量大於580公克的個數，所以 $Y \sim B(5,0.1587)$；

$$P(Y=3)=\binom{5}{3}0.1587^3 \times 0.8413^2 = 0.0283$$

(3) $P(Y \ge 2)=1-P(X<2)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-0.4215-0.3975=0.181$

31.(解答)：

(1) $X \sim N(118, 3.2^2)$, $\mathrm{P(X>122)=P(}\frac{\mathrm{X}-\mu}{\sigma} > \frac{122-118}{3.2}) = P(Z>1.25)=0.1056$

(2) Y代表4個AQ03零件中，長度高於122公分的個數，所以 $Y \sim B(4,0.1056)$；

$$P(Y \le 1)=P(X=0)+P(X=1)=0.6399+0.3022=0.9421$$

32.(解答)：

(1) $X \sim N(120, 15^2)$, 令a爲第二階段面試最低分數

$$P(X>a)=P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{a-120}{15}) = P(Z>\frac{a-120}{15}) = 1-P(Z<\frac{a-20}{8}) = 24/150 = 0.16$$

$$P(Z<\frac{a-120}{15})=0.84\,;$$

因爲查表得 $\mathrm{P}(Z<0.9945) \approx 0.84$; 所以，$\frac{a-120}{15}=0.9945 \Rightarrow a=134.92$(分)

(2) $P(X>140)=P(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{140-120}{15}) = P(Z>1.33)=1-0.9082=0.0918$

$150 \times 0.0918 = 13.77 \approx 14$，這位先生至少名列第14名。

33.(解答)：

(1) $X \sim N(20.8, 1.8^2)$, $\mathrm{P(X<20)=P(}\frac{\mathrm{X}-\mu}{\sigma} < \frac{20-20.8}{1.8}) = P(Z<-0.44)=0.33$

(2) Y代表10個學生中，年齡高於20歲的人，所以 $Y \sim B(10,0.67)$；

$$P(Y=4)=\binom{10}{4}0.67^4 \times 0.33^6 = 0.0547$$

34.(解答)：

(1) $X \sim N(20, 8^2)$, $\mathrm{P(20<X<40)=P(}\frac{20-20}{8} < \frac{\mathrm{X}-\mu}{\sigma} < \frac{40-20}{8}) = P(0<Z<2.5)=0.4938$

(2) $X \sim N(20, 8^2)$,

$$P(X > a) = P(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{a-20}{8}) = P(Z > \frac{a-20}{8}) = 1 - P(Z < \frac{a-20}{8}) = 0.025$$

$P(Z < \frac{a-20}{8}) = 0.975$;因爲查表得 $\mathrm{P}(Z < 1.96)$ □ 0.975; 所以，$\frac{a-20}{8} = 1.96 \Rightarrow a = 35.68$(天)

35.(解答)：

(1) $P(\text{不合格}) = P(X < 195) + P(\mathrm{X}>203) = \mathrm{P}(\frac{\mathrm{X}-\mu}{\sigma} < \frac{195-200}{4}) + \mathrm{P}(\frac{\mathrm{X}-\mu}{\sigma} > \frac{203-200}{4})$

$= P(Z < -1.25) + P(Z > 0.75) = 0.1056 + 0.2267 = 0.3323$

(2) $P(X > 210) = P(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{210-\mu}{4}) = P(Z > \frac{210-\mu}{4}) = 1 - P(Z < \frac{210-\mu}{4}) = 0.05$

$P(Z < \frac{210-\mu}{4}) = 0.95$;因爲查表得 $\mathrm{P}(Z < 1.645)$ □ 0.95;

所以，$\frac{210-\mu}{4} = 1.645 \Rightarrow$ 應設定平均重量在 $\mu = 203.42$(公克)

抽樣分配

(一)、選擇題：

1. 抽樣分配係指下列何者的機率分配？
   (A) 樣本統計量　(B) 母體統計量　(C) 樣本參數　(D) 母體參數
2. 統計學上的“參數”一詞，是指：
   (A) 樣本所計算的數量值　(B) 母體中某種未知特性值
   (C) 推論中引用的某種統計量　(D) 計算中所得的有效數量
3. 統計學上的“統計量”一詞，概要而言是指？
   (A) 母體中的某種未知特性值　(B) 母體中的某些部分集合
   (C) 研究者所要探討的未知特徵數　(D) 由樣本所計算的數量
4. 根據中央極限定理，樣本平均數的抽樣分配，在什麼情況下趨近於常態分配：
   (A) 母體平均數爲0　(B) 樣本平均數爲0

(C) 母體變異數為1　　(D) 趨近於常態分配的速度與樣本數大小有關

5. 在做抽樣調查時，試問下列何者是正確的敘述？：
   (A) 樣本大小與變異數大小成正比
   (B) 樣本大小與所能接受的誤差大小成正比
   (C) 樣本大小與所需之信心水準高低成反比
   (D) 樣本大小與母體大小成反比
6. 若說『普查優於抽樣調查』，試問下列何者是正確的敘述？
   (A) 普查所取得的資料都呈常態分配　　(B) 普查可提供較正確的資訊
   (C) 普查可消除抽樣調查因對母體資訊不完整所產生的錯誤
   (D) 普查花費較少
7. 就統計學上的公正而言，下列何種抽樣方法較佳？
   (A) 非機率抽樣　(B) 簡單隨機抽樣　(C) 立意抽樣　(D) 配額抽樣
8. 若每一個可能的樣本被抽的機會相等，此抽樣方法稱為：
   (A) 簡單隨機抽樣　(B) 分層隨機抽樣　(C) 集體抽樣　(D) 系統抽樣
9. 一個母體含有100個個體，由1號編到100號，然後利用亂數表（Random number tables），選出一個介於1 到10 的號碼，例如8，然後抽出8，18，28，….，98 等10 個對應的母體個體，當作樣本，此種抽樣法為何種抽樣？
   (A) 單純隨機抽樣　(B) 分層隨機抽樣　(C) 叢式抽樣　(D)系統抽樣
10. 台中市市政府的調查員從該市之132個里中，隨機抽出 5 個里，然後以這5個里的全部成年人作為調查對象。請問這位調查員是採用那種抽樣方法？
    (A) 集體抽樣　(B) 系統抽樣　(C) 簡單隨機抽樣　(D) 分層隨機抽樣
11. 下列敘述何者為正確？所謂“簡單隨機樣本”必須符合以下條件︰①樣本中的觀察值必須符合常態分配的假設；② 樣本中的觀察值間必須是統計獨立；③樣本中的觀察值必須來自同一機率分配
    (A) ①②　(B) ①③　(C) ②③　(D) ①②③
12. 設X1, X2,…, Xn 為由母體平均數為 μ ，變異數 σ 2 中，取出之隨機樣本，且 $\overline{X}=\sum_{i=1}^{n} X_i \Big/ n$ ，下列敘述何者不正確？
    (A) 樣本變異數 $S^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2 \Big/ (n-1)$ ，則 $E(S^2)=\sigma^2$
    (B) 令 $m_1=(X_1+X_2)/2$ 及 $m_2=(X_1+X_2+X_3)/3$ ，則 $Var(m_1)<Var(m_1)$

(C) X1可用來估計μ

(D) 當n 愈大時，$(\overline{X}-\mu)/n$愈接近標準常態分配

13. 假設樣本大小為100，樣本平均數16.5，母體標準差10，母體平均數15，選出檢定統計量之Z 值：

(A) 0.214 (B) -0.214 (C) 1.5 (D) -1.5

14. 從標準常態分配的母體中，隨機抽取一組樣本大小為n的隨機樣本，令$\overline{X}$表示樣本平均數，且P（$\overline{X}$ ≤ c ）＝0.99，試求c 值？

(A) $1.96\sqrt{n}$ (B) $1.96/\sqrt{n}$ (C) $2.58\sqrt{n}$ (D) $2.58/\sqrt{n}$

15. 設M牌手機的市場佔有率為12%。若隨機調查400位手機持有人，令$\overline{P}$表此400 人中持用該廠牌手機的樣本比率。求$\overline{P}$的抽樣誤差不超過3%的近似機率。

(A) 0.8756 (B)0.9052 (C) 0.9350 (D) 0.9690

16. 假設在上次的民意調查中得知，設立腳踏車專用道的贊成比率是62%。假設民意無改變，若現在重新隨機抽樣調查400 人，則在此400 人中贊成的比率在64.5%以上的機率，最接近數字是：

(A) 0.1516 (B) 0.1389 (C) 0.1056 (D) 0.0782

17. 設$X_1,X_2,...,X_n$ 是$N(\mu,\sigma^2)$(常態分配)的一組隨機樣本(random sample)。若n=20 時，$\overline{X}$的標準誤是2，則n 是多少時，才會使$\overline{X}$ 的變異數為0.2？

(A) 200 (B) 400 (C) 600 (D) 800

18. 大小分別為40與50之兩獨立樣本分別隨機抽自任兩個母體以檢定兩個母體均數差$\mu_1-\mu_2$，其樣本均數差$\overline{X_1}-\overline{X_2}$之抽樣分配為：

(A) 常態分配 (B) 近似於常態分配

(C) 自由度88之*t*分配 (D) 自由度90之卡方分配（chi-square distribution）

19. 某公司所生產10公斤裝的洗衣粉，其標準差為0.4公斤，欲估計母體平均數，在95%信賴水準下並使估計誤差不超過0.08公斤，至少應抽多少包洗衣粉來秤重？

(A) 62 (B) 75 (C) 97 (D) 116

20. 目前想要估計一養鴉場鴉隻之平均體重μ。假設養鴉場鴉隻體重具有標準差σ ＝0.5 公斤之常態分配。若要求具有95 %的信心使得所觀察之樣本平均體重$\overline{X}$ 與μ之距離小於0.12 公斤，則至少應抓取幾隻鴉出來稱重？（根據P(|Z|＞ 2) ≈ 5 %， P(|Z|＞ 1) ≈ 32 %，其中Z 具有「標準常態分配」）

(A) 62 (B) 67 (C) 82 (D) 90

21. 某民調公司想了解民眾對於立法院通過『離島博奕法案』的支持度，採用電話訪問。在95%的信賴度之下，請問有效樣本應該在多少以上才能使抽樣誤差控制在3%之下？

(A)423　(B) 752　(C) 1068　(D) 1692

22. 某民調公司想了解民眾對於立法院通過『離島博奕法案』的支持度，採用電話訪問。成功訪問400 人，調查結果顯示該議題的支持度為70%。在95%的信賴度之下，抽樣誤差有多少？

(A) 0.0329　(B) 0.0392　(C) 0.0426　(D) 0.0449

23. 母體平均數為 μ，變異數為 σ^2，假設 $X_1, \cdots, X_{10}$ 為該母體的隨機樣本，則 $\overline{X}$ 的變異數為：

(A) $\sigma^2/100$　(B) $\sigma^2/10$　(C) $\sigma^2/2$　(D) σ^2

24. 若已知母體平均數 μ =50，變異數為 σ^2 =25，若欲達到 $P(|\overline{X}-\mu|\le 1)\ge 0.99$

的準確度，需抽樣多少個樣本數？

(A)91　(B) 144　(C) 167　(D) 224

25. 令(X_1, X_2, X_3)為由常態母體N(μ,σ^2)抽出的一組隨機樣本，T_1, T_2, T_3, T_4 均為 μ 的估計量，

$T_1=(3X_1+3X_2+4X_3)/10$;　$T_2=(X_1+X_2+X_3)/3$;　$T_3=(X_1+2X_2+3X_3)/6$;

$T_4=(2X_1+3X_2+4X_3)/9$，問下列何者為 μ 的不偏估計量中變異數最小者？

(A) T_1　(B) T_2　(C) T_3　(D) T_4

(二)、計算題：

26. 設有一母體之機率分配如下，

X	5	9	12
$f(X)$	0.3	0.2	0.5

若自母體以抽出放回之方式隨機抽二個樣本，表為(X_1, X_2)：

(1) $\overline{X}=(X_1+X_2)/2$ 之期望值=________及變異數=________，與母體之平均數 μ 及變異數 σ^2 間的關係為 $\overline{X}$ 的期望值=___* μ？$\overline{X}$ 的變異數=____* σ^2

Ans： 9.3，4.605，1，1/2

題解

(2) $E(X)=\mu=\sum xf(x)=1.5+1.8+6=9.3$； $E(X^2)=\sum x^2 f(x)=7.5+16.2+72=95.7$

$$Var(X)=\sigma^2=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=95.7-(9.3)^2=9.21$$

$$E(\overline{X})=\mu_{\bar{x}}=\sum \bar{x} f(\bar{x})=9.3=\mu \qquad E(\overline{X}^2)=2.25+5.88+21.675+3.24+22.05+36=91.095$$

$$Var(\overline{X})=E(\overline{X}^2)-\left(E(\overline{X})\right)^2=91.095-(9.3)^2=4.605=\frac{\sigma^2}{2}$$

27. 一常態母體之平均數50，標準差5，由其中任取16個樣本，並得樣本空間，則:

(1) $\overline{X}$的抽樣分配爲__________

(2) 樣本平均數大於52的機率=_________

(3) 樣本平均數介於48與51的機率=____________

Ans : N(50, 25/16) , 0.0448 , 0.7333

題解

(1) 母體爲常態分配，$\sigma=5$ ，n=16(小樣本)，可得知 $\overline{\mathrm{X}} \sim N(50,\frac{25}{16}) \Rightarrow Z=\frac{\overline{X}-50}{5/\sqrt{16}} \sim N(0,1)$

(2) $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}}>52)=P(Z>\frac{52-50}{5/4})=P(Z>1.6)=1-0.9452=0.0448$

(3) $P(48<\overline{X}<51)=P(-1.6<Z>0.8)=0.7881-0.0548=0.7333$

28. 桃園機場的行李中心處理一批旅客行李，旅客行李的重量假設服從一個常態分配，其平均數μ=28公斤，而其標準差σ未知，如果由其中隨機抽出36件行李，並稱其重量，得到樣本標準差s=4公斤。 (12%)

(1) 旅客行李之樣本平均重量$\overline{X}$之抽樣分配爲_________？

(2) 以μ=28公斤爲中心，而機率爲0.95之$\overline{X}$的區間爲___________

(3) 樣本平均重量$\overline{X}$落在[26.8, 29.2]之間的機率爲__________

Ans : N(28, 16/36) , [26.69, 29.31] , 0.9282

題解

(1) 母體爲常態分配，σ未知，但爲大樣本，可得知 $\overline{\mathrm{X}} \sim N(28,\frac{16}{36}) \Rightarrow Z=\frac{\overline{X}-28}{4/\sqrt{36}} \sim N(0,1)$

(2) $P(-1.96 \le Z \le 1.96)=P(-1.96 \le \frac{\overline{X}-28}{4/\sqrt{36}} \le 1.96)=0.95 \Rightarrow P(26.69 \le \overline{X} \le 29.31)=0.95$ ，

所以，以$\mu=28$爲中心，機率爲95%的$\overline{X}$區間爲$\left[26.69, 29.31\right]$

(3) $\overline{X} \sim N(28,16/36)$,

$$P(26.8<\overline{X}<29.2)=P(\frac{26.8-28}{4/6}<Z<\frac{29.2-28}{4/6})=P(-1.8<Z<1.8)=0.9641-0.0359=0.9282$$

29. 已知某一 20-60 歲成年人族群的收縮壓分布呈雙峰分布，一個高峰在 120 mmHg 處，另一個高峰在170 mmHg 處，而此分布的平均值與標準差則分別爲128 mmHg 與 24 mmHg。今從此成年人族群中隨機抽出36人，此36人的平均收縮壓爲 $\overline{X}$，而 $\overline{X}$ 爲一隨機變數，$\overline{X}$ 介於120 到132 的機率 =________。

Ans： 0.8185

題解

母體爲非常態分配，σ未知，但爲大樣本，可得知 $\overline{\mathrm{X}} \approx N(128, \frac{24^2}{36}) \Rightarrow Z \approx \frac{\overline{X}-128}{24/\sqrt{36}} \sim N(0,1)$

$$P(120 < \overline{X} < 132) = P(\frac{120-128}{24/6} < Z < \frac{132-128}{24/6}) = P(-2 < Z < 1) = 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

30. 自具有常態母體 $N(100, \sigma^2)$ 抽出一組n=16的隨機樣本，並得到 $s = 9$，則

(1) $P(\overline{X} > 96.056)$ =__________

(2) 以μ=100爲中心，而機率爲0.95之 $\overline{X}$ 的區間爲__________

Ans : 0.95 , [95.21, 104.79]

題解

(1) 母體爲常態分配，小樣本，但母體標準差σ未知，所以，$t = \frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

$$P(\overline{X} \le 96.056) = P(t \ge \frac{96.056-100}{9/\sqrt{16}}) = P(t \ge -1.753) = 1 - P(t < -1.753) = 1 - 0.05 = 0.95$$

(2) $P(-2.131 \le t \le 2.131) = P(-2.131 \le \frac{\overline{X}-\mu}{9/\sqrt{16}} \le 2.131) = 0.95 \Rightarrow P(95.21 \le \overline{X} \le 104.79) = 0.95$，

所以，以$\mu = 100$爲中心，機率爲95%的$\overline{X}$區間爲$[95.21, 104.79]$

31. 高雄市的市民中，習慣以捷運系統來當做交通工具的人佔總市民人數的 36%。

(1) 若隨機抽選225名高雄市民，其中習慣以捷運系統來當做交通工具的比例 $\overline{P}$ 的分配趨近的分配爲________其變異數=________

(2) 樣本比例 $\overline{P}$ 介於[0.3, 0.4]之間的機率爲_______

(3) 以$\overline{P}=0.36$爲中心，而機率爲0.90之$\overline{P}$的區間爲__________

Ans : N(0.36, 0.001024) , 0.864 , [0.3074, 0.4126]

題解

(1) 大樣本時，利用中央極限定理可得知，$\overline{P}\sim N(0.36,\dfrac{0.36\times 0.64}{225})\Rightarrow Z=\dfrac{\overline{P}-0.36}{0.032}\sim N(0,1)$

$$\mathrm{E}(\overline{P})=p=0.36,\quad \mathrm{Var}(\overline{P})=\frac{p(1-p)}{n}=0.001024$$

(2) $P(0.3\le \overline{P}\le 0.4)=P(\dfrac{0.3-0.36}{0.032}\le Z\le \dfrac{0.4-0.36}{0.032})=P(-1.875\le Z\le 1.25)=0.8944-0.0304=0.864$

(3) $P(-1.645\le Z\le 1.645)=P(-1.645\le \dfrac{\overline{p}-0.36}{0.032}\le 1.645)=0.90\ \Rightarrow P(0.3074\le \overline{P}\le 0.4126)=0.90$，

所以，以$\overline{p}=0.36$爲中心，機率爲90%的$\overline{X}$區間爲$\left[0.3074, 0.4126\right]$

32. 青山農場生產蘋果，其重量爲一常態分配，平均數爲460公克，標準差爲18公克，則：

(1) 抽取 25個蘋果，25個蘋果平均重量大於470公克的機率=__________

(2) 將9個蘋果裝成一盒，則一盒蘋果重量(只計算蘋果重量)的平均數=_______ 與變異數=________

(3) 若要求一盒的蘋果重量要在4525~4675之間時，則有_______%盒的蘋果不符合規定？

Ans : 0.0027 , 4140 , 2916 , 6.44

題解

(1) 母體爲常態分配，$\sigma=18$(已知)，小樣本，可得知 $\overline{\mathrm{X}}\sim N(460,\dfrac{324}{25})\Rightarrow Z=\dfrac{\overline{X}-460}{18/\sqrt{25}}\sim N(0,1)$

$$P(\overline{X}>470)=P(Z>\frac{470-460}{18/\sqrt{25}})=P(Z>2.78)=1-0.9973=0.0027$$

(2) 一盒蘋果(不含箱子)的重量也是服從常態分配，也就是說，$\sum X_i\sim N(4140, 2916)$

$$E(\sum X_i)=4140\qquad Var(\sum \mathrm{X_i})=2916$$

(3) $P(\text{符合規定})=P(4500\le \sum X_i\le 4700)=P(\dfrac{4040-4140}{\sqrt{2916}}\le Z\le \dfrac{4240-4140}{\sqrt{2916}})$

$$=P(-1.85\le Z\le 1.85)=0.9678-0.0322=0.9356$$

$$P(\text{不符合規定})=1-0.9356=0.0644=6.44\%$$

33. 隨機變數X代表草莓點心中的草莓個數，有下列非常態分配：

x	4	5	6	7
P(X=x)	0.2	0.4	0.3	0.1

(1) 抽出 36 塊草莓點心爲一組隨機樣本，則利用中央極限定理，則樣本平均數 $\overline{X}$ 的平均數 $\mu_{\overline{X}}=$________和變異數 $\sigma^2_{\overline{X}}=$__________ 。

(2) $P(\overline{X}<5.5)=$_______和 $P(\overline{X}>5.12)=$________

Ans： 5.3 , 0.0225 , 0.9082 , 0.1151
題解

(1) $E(X)=\mu=\sum_{x=4}^{7}xf(x)=0.8+2+1.8+0.7=5.3$

$$E(X^2)=\sum_{4}^{7}x^2f(x)=3.2+10+10.8+4.9=28.9$$

$$Var(X)=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=28.9-(5.3)^2=0.81$$

(2) 母體爲非常態分配，大樣本，利用中央極限定理得知，$\overline{\mathrm{X}}\approx N(5.3,\frac{0.81}{36})$

$$\Rightarrow Z=\frac{\overline{X}-5.3}{0.9/\sqrt{36}}\sim N(0,1) \qquad E(\overline{X})=\mu=5.3, \qquad V(\overline{X})=\sigma^2_{\overline{X}}=0.81/36=0.0225$$

(3) $\overline{X}\approx N(5.3,0.0225)$,

$$P(\overline{X}<5.5)=P(Z<\frac{5.5-5.3}{0.15})=P(Z<1.33)=0.5+0.4082=0.9082$$

$$P(\overline{X}>5.12)=P(Z<\frac{5..12-5.3}{0.15})=P(Z<-1.2)=P(Z>1.2)=0.5-0.3849=0.1151$$

34. 設 $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是一組隨機樣本，

$$P(X_i=1)=0.65, P(X_i=0)=0.35\text{對}i=1,2,3,..,n.$$

(1) 當n=10時， $P(\overline{P}\geq 0.8)=?$_________

(2) 當n=100時， $P(\overline{X}\geq 0.8)=?$_________

Ans： 0.2616 , 0.0008
題解

(1) $\overline{P} \approx B(10, 0.8)$

$P(\overline{P} \geq 8) = P(\overline{P} = 8) + P(\overline{P} = 9) + P(\overline{P} = 10) = 1 - P(\overline{P} \leq 7) = 1 - 0.7384 = 0.2616$

(2) $n = 100$(大樣本)，可用中央極限定理，所以，$\overline{P} \approx N(0.65, 0.0477)$,

$P(\overline{P} \geq 0.8) = P(Z \geq \frac{0.8 - 0.65}{0.0477}) = P(Z \geq 3.14) = 1 - 0.9992 = 0.0008$

35. 哈林企業所生產的花式磁杯，其重量爲一常態分配，平均數爲147.8公克，標準差爲3.51公克，現抽出25個花式磁杯，其中$\overline{X}$ 和S^2代表此組樣本的平均重量及其重量的變異數，則：

(1) 此組樣本的變異數大於 18.69 公克的機率=__________

(2) $P(5.5728 \leq S^2 \leq 22.063) = ?$_____________ 。

Ans : 0.05 , 0.98

題解

(1) 由於母體爲常態分配，$(n\text{-}1)S^2/\sigma^2 \sim \chi^2(24)$,

$$P(S^2 > 18.69) = P(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \frac{24 \times 18.69}{3.51^2}) = P(\chi^2 > 36.408) = 0.05$$

(2) $P(5.5728 \leq S^2 \leq 22.063) = P(\frac{24 \times 5.5728}{3.51^2} \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq \frac{24 \times 22.063}{3.51^2})$

$= P(10.856 \leq \chi^2 \leq 42.98) = P(\chi^2 \leq 42.98) - P(\chi^2 \leq 10.856) = 0.99 - 0.01 = 0.98$

抽樣分配（解答）

(一)、選擇題：

1	**A**	2	**B**	3	**D**	4	**D**	5	**A**
6	**C**	7	**B**	8	**A**	9	**D**	10	**A**
11	**C**	12	**B**	13	**C**	14	**C**	15	**C**
16	**A**	17	**B**	18	**B**	19	**C**	20	**B**
21	**C**	22	**D**	23	**B**	24	**C**	25	**B**

(二)、計算題：

26.(解答)：

(1)

x1 \ x2	5	9	12
5	(2,2) $\Rightarrow \bar{x}=5$	(2,6) $\Rightarrow \bar{x}=7$	(2,9) $\Rightarrow \bar{x}=8.5$
9	(6,2) $\Rightarrow \bar{x}=7$	(6,6) $\Rightarrow \bar{x}=9$	(6,9) $\Rightarrow \bar{x}=10.5$
12	(9,2) $\Rightarrow \bar{x}=8.5$	(9,6) $\Rightarrow \bar{x}=10.5$	(9,9) $\Rightarrow \bar{x}=12$

所以，$\bar{X}=\dfrac{X_1+X_2}{2}$ 之抽樣分配爲：

$\bar{x}$	5	7	8.5	9	10.5	12	合計
$f(\bar{x})$	0.09	0.12	0.30	0.04	0.20	0.25	1.00

(2) $E(X)=\mu=\sum xf(x)=1.5+1.8+6=9.3$ ； $E(X^2)=\sum x^2 f(x)=7.5+16.2+72=95.7$

$Var(X)=\sigma^2=E(X^2)-\left(E(X)\right)^2=95.7-(9.3)^2=9.21$

$E(\bar{X})=\mu_{\bar{x}}=\sum \bar{x}f(\bar{x})=9.3=\mu$ $\quad E(\bar{X}^2)=2.25+5.88+21.675+3.24+22.05+36=91.095$

$Var(\bar{X})=E(\bar{X}^2)-\left(E(\bar{X})\right)^2=91.095-(9.3)^2=4.605=\dfrac{\sigma^2}{2}$

27.(解答)：

(1) 母體爲常態分配，$\sigma=5$ ，n=16(小樣本)，可得知 $\bar{X} \sim N(50,\dfrac{25}{16}) \Rightarrow Z=\dfrac{\bar{X}-50}{5/\sqrt{16}} \sim N(0,1)$

(2) $P(\bar{X}>52)=P(Z>\dfrac{52-50}{5/4})=P(Z>1.6)=1-0.9452=0.0448$

(3) $P(48<\bar{X}<51)=P(-1.6<Z>0.8)=0.7881-0.0548=0.7333$

28.(解答)：

(1) 母體爲常態分配，σ未知，但爲大樣本，可得知 $\bar{X} \sim N(28,\dfrac{16}{36}) \Rightarrow Z=\dfrac{\bar{X}-28}{4/\sqrt{36}} \sim N(0,1)$

(2) $P(-1.96 \le Z \le 1.96)=P(-1.96 \le \dfrac{\bar{X}-28}{4/\sqrt{36}} \le 1.96)=0.95 \Rightarrow P(26.69 \le \bar{X} \le 29.31)=0.95$ ，

所以，以$\mu=28$爲中心，機率爲95%的$\bar{X}$區間爲$[26.69, 29.31]$

(3) $\bar{X} \sim N(28,16/36)$,

$P(26.8<\bar{X}<29.2)=P(\dfrac{26.8-28}{4/6}<Z<\dfrac{29.2-28}{4/6})=P(-1.8<Z<1.8)=0.9641-0.0359=0.9282$

29.(解答)：

母體為非常態分配，σ未知，但為大樣本，可得知 $\overline{\mathrm{X}} \approx N(128, \frac{24^2}{36}) \Rightarrow Z \sim \frac{\overline{X}-128}{24/\sqrt{36}} \sim N(0,1)$

$$P(120 < \overline{X} < 132) = P(\frac{120-128}{24/6} < Z < \frac{132-128}{24/6}) = P(-2 < Z < 1) = 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

30.(解答)：

(1) 母體為常態分配，小樣本，但母體標準差σ未知，所以，$t = \frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

$$P(\overline{X} \le 96.056) = P(t \ge \frac{96.056-100}{9/\sqrt{16}}) = P(t \ge -1.753) = 1 - P(t < -1.753) = 1 - 0.05 = 0.95$$

(2) $P(-2.131 \le t \le 2.131) = P(-2.131 \le \frac{\overline{X}-\mu}{9/\sqrt{16}} \le 2.131) = 0.95 \Rightarrow P(95.21 \le \overline{X} \le 104.79) = 0.95$，

所以，以$\mu = 100$為中心，機率為95%的$\overline{X}$區間為$[95.21, 104.79]$

31.(解答)：

(1) 大樣本時，利用中央極限定理可得知，$\overline{P} \sim N(0.36, \frac{0.36 \times 0.64}{225}) \Rightarrow Z = \frac{\overline{P}-0.36}{0.032} \sim N(0,1)$

$$\mathrm{E}(\overline{P}) = p = 0.36, \quad \mathrm{Var}(\overline{P}) = \frac{p(1-p)}{n} = 0.001024$$

(2) $P(0.3 \le \overline{P} \le 0.4) = P(\frac{0.3-0.36}{0.032} \le Z \le \frac{0.4-0.36}{0.032}) = P(-1.875 \le Z \le 1.25) = 0.8944 - 0.0304 = 0.864$

(3) $P(-1.645 \le Z \le 1.645) = P(-1.645 \le \frac{\overline{p}-0.36}{0.032} \le 1.645) = 0.90 \Rightarrow P(0.3074 \le \overline{P} \le 0.4126) = 0.90$，

所以，以$\overline{p} = 0.36$為中心，機率為90%的$\overline{X}$區間為$[0.3074, 0.4126]$

32.(解答)：

(1) 母體為常態分配，$\sigma = 18$(已知)，小樣本，可得知 $\overline{\mathrm{X}} \sim N(460, \frac{324}{25}) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X}-460}{18/\sqrt{25}} \sim N(0,1)$

$$P(\overline{X} > 470) = P(Z > \frac{470-460}{18/\sqrt{25}}) = P(Z > 2.78) = 1 - 0.9973 = 0.0027$$

(2) 一盒蘋果(不含箱子)的重量也是服從常態分配，也就是說，$\sum X_i \sim N(4140, 2916)$

$$E(\sum X_i) = 4140 \qquad Var(\sum \mathrm{X}_i) = 2916$$

(3) $P(\text{符合規定}) = P(4500 \le \sum X_i \le 4700) = P(\frac{4040-4140}{\sqrt{2916}} \le Z \le \frac{4240-4140}{\sqrt{2916}})$

$= P(-1.85 \le Z \le 1.85) = 0.9678 - 0.0322 = 0.9356$

$P(\text{不符合規定}) = 1 - 0.9356 = 0.0644 = 6.44\%$

33.(解答)：

(1) $E(X) = \mu = \sum_{x=4}^{7} xf(x) = 0.8 + 2 + 1.8 + 0.7 = 5.3$

$E(X^2) = \sum_{4}^{7} x^2 f(x) = 3.2 + 10 + 10.8 + 4.9 = 28.9$

$Var(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2 = 28.9 - (5.3)^2 = 0.81$

(2) 母體爲非常態分配，大樣本，利用中央極限定理得知，$\overline{X} \approx N(5.3, \frac{0.81}{36})$

$\Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - 5.3}{0.9/\sqrt{36}} \sim N(0,1)$ $E(\overline{X}) = \mu = 5.3,$ $V(\overline{X}) = \sigma^2_{\overline{X}} = 0.81/36 = 0.0225$

(3) $\overline{X} \approx N(5.3, 0.0225),$

$P(\overline{X} < 5.5) = P(Z < \frac{5.5 - 5.3}{0.15}) = P(Z < 1.33) = 0.5 + 0.4082 = 0.9082$

$P(\overline{X} > 5.12) = P(Z < \frac{5..12 - 5.3}{0.15}) = P(Z < -1.2) = P(Z > 1.2) = 0.5 - 0.3849 = 0.1151$

34.(解答)：

(1) $\overline{P} \approx B(10, 0.8)$

$P(\overline{P} \ge 8) = P(\overline{P} = 8) + P(\overline{P} = 9) + P(\overline{P} = 10) = 1 - P(\overline{P} \le 7) = 1 - 0.7384 = 0.2616$

(2) $n = 100$(大樣本)，可用中央極限定理，所以，$\overline{P} \approx N(0.65, 0.0477),$

$P(\overline{P} \ge 0.8) = P(Z \ge \frac{0.8 - 0.65}{0.0477}) = P(Z \ge 3.14) = 1 - 0.9992 = 0.0008$

35.(解答)：

(1) 由於母體爲常態分配，$(n-1)S^2/\sigma^2 \sim \chi^2(24),$

$P(S^2 > 18.69) = P(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \frac{24 \times 18.69}{3.51^2}) = P(\chi^2 > 36.408) = 0.05$

(2) $P(5.5728 \le S^2 \le 22.063) = P(\frac{24 \times 5.5728}{3.51^2} \le \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \le \frac{24 \times 22.063}{3.51^2})$

$= P(10.856 \le \chi^2 \le 42.98) = P(\chi^2 \le 42.98) - P(\chi^2 \le 10.856) = 0.99 - 0.01 = 0.98$